

Вероятностная надежность конструкций на основе теории графов

¹НУГУЖИНОВ Жмагул Смагулович, д.т.н., директор института, kazmirr@mail.ru,

²АХМЕДИЕВ Серик Кабултаевич, к.т.н., профессор, s_ahmediev@mail.ru,

¹ТОКАНОВ Данияр Токанович, к.т.н., начальник отдела, tokanov-daniyar@mail.ru,

^{2*}БЕКЕТОВА Молдир Сайлаубековна, докторант, moldir-9292@mail.ru,

¹ЖОЛМАГАМБЕТОВ Сырлыбек Рысбекович, к.т.н., начальник отдела, syrlybekzh@mail.ru,

¹Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития, пр. Н. Назарбаева, 56/6, Караганда, Казахстан,

²НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова», пр. Н. Назарбаева, 56, Караганда, Казахстан,

*автор-корреспондент.

Аннотация. Разработана математическая модель анализа параметров технического состояния строительных объектов, на основе которых с учетом износа повреждений и дефектов произведена оценка надежности (безопасности) обследуемых в процессе мониторинга несущих конструкций по категориям их работоспособности (исправное, ограничено работоспособное, предаварийное). На основе вычисленных исходных вероятностей безотказной работы (ВБР) на каждой из трех стадий технического состояния на базе теории графов вычислены матрицы переходных вероятностей при разных сроках эксплуатации зданий. Это в свою очередь позволяет вычислить соответствующие показатели надежности: интенсивность износа, среднюю наработку до первого отказа и т.д. На основании обработки статистических данных обследования плит перекрытий получен график зависимости ВБР от времени эксплуатации здания, на основе которой осуществлен прогноз срока службы (ресурс) исследуемых конструкций.

Ключевые слова: математическая модель, вероятность, техническое состояние, мониторинг, теория графов, интенсивность износа.

Введение

В ходе детального сплошного инструментального обследования строительных конструкций различных зданий и сооружений на основе соответствующих выборок из общей генеральной совокупности исследуемых объектов накапливается статистическое множество параметров их технического состояния, по анализу которых назначаются категории работоспособности несущих конструкций: 1 – работоспособное, 2 – ограничено работоспособное, 3 – предаварийное.

По результатам вероятностно-статистического исследования вычисляются требуемые характеристики надежности: вероятность безотказной работы (ВБР), средняя наработка до первого отказа, срок службы рассматриваемых конструкций.

Параметры технического состояния конструкций (физический износ, отказ и т.д.) представляют собой случайные величины, образующие соответствующие случайные

процессы.

Одним из видов описания случайных процессов являются марковские процессы (или, в частности, марковские цепи), позволяющие оценить вероятности перехода рассматриваемой системы во времени из одного состояния в другое (т.е. переход конструкций из работоспособного в ограничено работоспособное, а затем в предаварийное, и наоборот).

Методы

Рассмотрим методику применения марковских процессов (или марковских цепей) на примере оценки надежности железобетонных плит покрытия эксплуатируемого здания фильтровально-сушильного отделения Жезказганской обогатительной фабрики.

- ввод объекта в эксплуатацию – 1966;
- год последнего обследования – 2019;
- период эксплуатации (на период обслед-

дования) – 53 года;

- общее количество обследуемых железобетонных плит покрытия здания – 224.

По результатам технического обследования и оценки технического состояния даны следующие категории обследуемым плитам [14].

1-е состояние: работоспособные – 158 плит,

2-е состояние: ограниченно работоспособные – 18 плит,

3-е состояние: предаварийные – 48 плит.

Согласно данным [1.4] можно дать вероятностную оценку технического состояния по внешним признакам здания (таблица).

Данные таблицы можно рассматривать как условные в процессе исследования надежности различных зданий и сооружений.

Вычисление вероятностей безотказной работы (ВБР) и интенсивности отказов обследуемых плит:

1. ВБР вычисляется по формуле [6]

$$P_i(t) = \frac{n_i(\Delta t)}{N_{sum}}, \quad (1)$$

где $\Delta t = 53$ года;

$n_i(\Delta t)$ – число плит, отказавших за период Δt ;

$N_{sum} = 224$ – общее число плит.

По формуле (1) имеем в нашем случае:

$P_1(t) = 158/224 = 0,705$ – для плит 1-го состояния (работоспособные);

$P_2(t) = 18/224 = 0,0804$ – для плит 2-го состояния (ограниченно работоспособные);

$P_3(t) = 48/224 = 0,2143$ – для плит 3-го состояния (предаварийные).

2. Интенсивность отказов вычисляется по формуле

$$\lambda_i = \frac{n_i(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}, \quad (2)$$

где N_{cp} – среднее число плит с учетом плит данных состояний (1, 2, 3-го).

По формуле (2) вычислены значения ВБР

при независимых друг от друга величинах $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$. Однако в процессе эксплуатации плит покрытия величины переходных вероятностей « P_{ij} » являются зависимыми, поэтому их вычисляем иначе – [5, 6] (как условные вероятности) (при экспоненциальном распределении):

а) $P_{12} = P(S_{2,1}/S_{1,0}) = 0,102$;

б) $P_{23} = P(S_{3,1}/S_{2,0}) = 0,244$;

в) $P_{21} = P(S_2/S_1) = 0,101$;

г) $P_{31} = P(S_3)/P(S_1) = 0,224$.

Остальные переходные вероятности (рисунок 1):

$$P_{22} = 1 - P_{21} - P_{23} = 1 - 0,101 - 0,244 = 0,655$$

$$P_{33} = 1 - P_{31} = 1 - 0,224 = 0,776$$

На рисунке 1 представлен «граф» технического состояния (на основе теории марковских процессов) при дискретном распределении времени « t » и состояний 1, 2, 3 [5]. Буквами P_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) обозначены переходные вероятности, вычисленные нами ранее ($P_{11}, P_{12}, P_{21} \dots$).

Здесь представлен граф с учетом возможного ремонта плит 2 и 3-го состояний, т.е. учтена возможность возврата системы из 2-го и 3-го состояний в 1-е состояние (работоспособное).

По данным переходных вероятностей и по рисунку 1 составляем матрицу переходных вероятностей (матрица переходов) (для первого шага времени « t_1 »):

$$P^{(1)} = \begin{pmatrix} P_{11}^{(1)} & P_{12}^{(1)} & P_{13}^{(1)} \\ P_{21}^{(1)} & P_{22}^{(1)} & P_{23}^{(1)} \\ P_{31}^{(1)} & P_{32}^{(1)} & P_{33}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,898 & 0,102 & 0,0 \\ 0,101 & 0,655 & 0,244 \\ 0,244 & 0,0 & 0,776 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Начальный вектор:

$$\vec{P}^{(0)} = \{ \{ P_1^{(0)}; P_2^{(0)}; P_3^{(0)} \} \} = \{ \{ 0,755; 0,0804; 0,2143 \} \}. \quad (4)$$

Рассмотрим следующую конкретную задачу по определению ВБР: необходимо определить вероятность состояний 1, 2, 3 на ос-

Вероятностная оценка технического состояния по внешним признакам здания

Категории технического состояния				Количество объектов (плит покрытия)	Вероятность безотказной работы [P(t)]	Поврежденность $\xi = 1 - P(t)$	Вероятность (частотность аварий в год)
Наименование	Номер	Оценка	Условная надежность β				
Работоспособные	II	Удовлетворительное	0,8	158	0,85	0,15	10-5
Ограниченно работоспособные	III	Не удовлетворительное	0,6	18	0,75	0,25	10-4
Аварийные	IV	Недопустимое	0,4	48	0,65	0,35	10-3
				[8], табл. 1	$\Sigma = 224$	[8], табл. 1, 2	[8], табл. 3

новании графа (рисунок 1) при следующих данных: ($t = 53$ года) – период предыдущей эксплуатации рассматриваемого здания; ($T = 30$ лет) – прогнозируемый период эксплуатации после проведения обследования. Разобьем время «Т» на три шага (такта): $Vt = T/3 = 30/3 = 10$ лет.

Вероятности по i -м шагам вычисляются по следующим матричным операциям (для однородных марковских цепей):

$$P_i^{(i+1)} = \vec{P}^{(0)} \cdot P^{(i)}, (i = 1, 2, 3), \quad (5)$$

где $\vec{P}^{(0)}$ – вектор (по 4);

$P^{(i)}$ – переходная матрица (по 3).

После первого шага (такта), вычисляя по (5), получим:

$$\vec{P}^{(1)} = \{0,7340; 0,1292; 0,1849\}.$$

Таким образом, после 1-го шага (такта) ($t_1 = 10$ лет) эксплуатации здания после обследования прогнозируется, что железобетонные плиты покрытия здания будут находиться в 1-м (работоспособном) состоянии, так как PP_{1max} .

Аналогичным образом получим (при 2-м шаге):

$$\vec{P}^{(2)} = \{0,7173; 0,1595; 0,1435\}.$$

То есть после 2-го шага ($t_2 = 20$ лет) система будет находиться в 1-м состоянии: $P_{max} = P_1 = 0,7173$ (ВБР).

$$\vec{P}^{(3)} = \{0,6953; 0,1776; 0,1502\}.$$

То есть после 3-го шага ($t_3 = 30$ лет) система будет также находиться в 1-м состоянии: $P_{max} = P_1 = 0,6953$ (ВБР).

Предельный (финальный) вектор распределения вероятностей вычисляется по формуле:

$$\vec{\pi} = \pi \cdot P, \quad (6)$$

где $\vec{\pi}$ – искомый вектор;

P – матрица переходов (6).

Решив систему, получим предельные (финальные) вероятности безотказной работы:

$$\vec{\pi} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\} = \{0,621; 0,183; 0,200\}.$$

Таким образом, вектор определяет предельные (финальные) распределения ВБР плит покрытия с учетом текущего ремонта 18 плит 2-го (ограниченно работоспособного) состояния и 48 плит 3-го (предавварийного) состояния.

Если же рассмотреть техническое состояние плит без производства ремонта плит 2-го и 3-го состояний граф (рисунок 2), то переходная матрица для этого случая имеет вид:

Вычислив по аналогии, как и для случая (рисунок 1) по формуле (6), получим предельное (финальное) распределение:

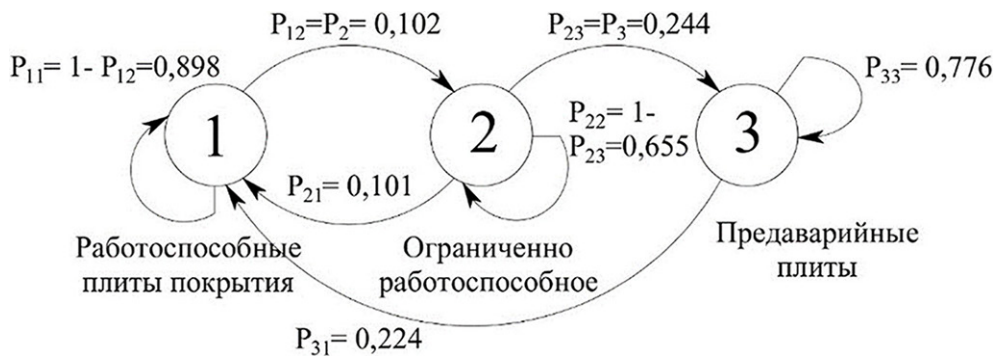


Рисунок 1 – Граф для технических состояний плит покрытия здания (с учетом их ремонта)

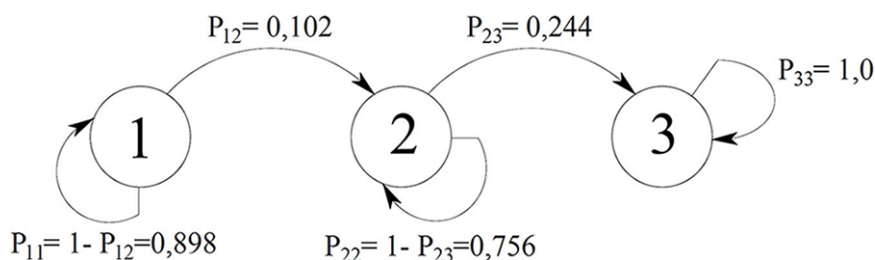


Рисунок 2 – Граф технических состояний плит покрытия (без производства ремонтов)

$$\vec{\pi}^* = |\{\pi_1^*, \pi_2^*, \pi_3^*\}| = |\{0; 0; 1, 0\}|.$$

В конечном итоге в том случае, когда ремонт плит 2, 3-х состояний производиться не будет, то при числе шагов $k \rightarrow \infty$ (через множество лет эксплуатации плит) заданная система будет находиться в 3-м (предаварийном) состоянии с вероятностью $(P_3(\infty) = 1)$ (или 100%).

Далее определим ВБР системы как резервированной из параллельно соединенных элементов (плит); структура системы показана на рисунке 3.

Интенсивность отказов трех состояний вычисляем по формулам [5, 6]: 1-й вариант (через число отказов):

$$\lambda_i(t) = \frac{n_i(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}, \quad (7)$$

где $\Delta t = 53$ года – период эксплуатации на момент обследования.

$\lambda_1(t) = 0,00652 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right)$ – для работоспособных плит.

$\lambda_2(t) = 0,0321 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right)$ – для ограниченно работоспособных плит.

$\lambda_3(t) = 0,0244 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right)$ – для предаварийных плит.

2-й вариант (через вероятности):

$$\lambda_i(t) = \frac{\ln P_i}{\Delta t}, \quad (8)$$

где $P_i \Rightarrow$ по (1), $\Delta t = 53$ года. По (8) имеем:

$$\lambda_1 = 0,00658 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right),$$

$$\lambda_2 = 0,04756 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right),$$

$$\lambda_3 = 0,02906 \left(\frac{1}{\text{ГОД}}\right).$$

Как видно из выражений (7, 8), достаточно близки друг к другу, то есть эти формулы аналогичны друг другу.

Зная величины интенсивности отказов, можно решить следующие типы задач:

Задача 1 (тип 1):

1) Вычисляем среднюю наработку до первого отказа по формуле:

$$\vec{T}_i = \frac{1}{\lambda_i}, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (9)$$

по формуле (9) имеем (с учетом выражений 7):

$T_1 = 1/\lambda_1 = 1/0,00652 = 153,37$ года – для работоспособных плит покрытий;

$T_2 = 1/\lambda_2 = 1/0,0324 = 31,53$ года – для ограниченно работоспособных плит;

$T_3 = 1/\lambda_3 = 1/0,0244 = 40,98$ года – для предаварийных плит.

2) Вычисляем среднюю величину интенсивности отказа плит системы (т.е. для всех 224 плит покрытия):

$$\lambda_{cp} = 0,01241.$$

3) Вычислим среднюю наработку системы (для всех 224 плит, находящихся в трех их технических состояниях):

$$\vec{T} = 15,870.$$

Задача 2 (тип 2):

Вычисляем вероятности безотказной работы (ВБР) через разные промежутки времени «t» (эксплуатация после момента обследования):

а) При $t_1 = 10$ лет:

$$P(10) = 1 - 0,01241 \cdot 10 = 0,8759 \text{ или } 87,59\%.$$

б) При $t_2 = 20$ лет:

$$P(20) = 1 - 0,01241 \cdot 20 = 0,7518 \text{ или } 75,18\%.$$

в) При $t_3 = 30$ лет:

$$P(30) = 1 - 0,01241 \cdot 30 = 0,6277 \text{ или } 62,77\%.$$

При других «t» (больше 30 лет) согласно экстраполяции [6] по формуле параболы

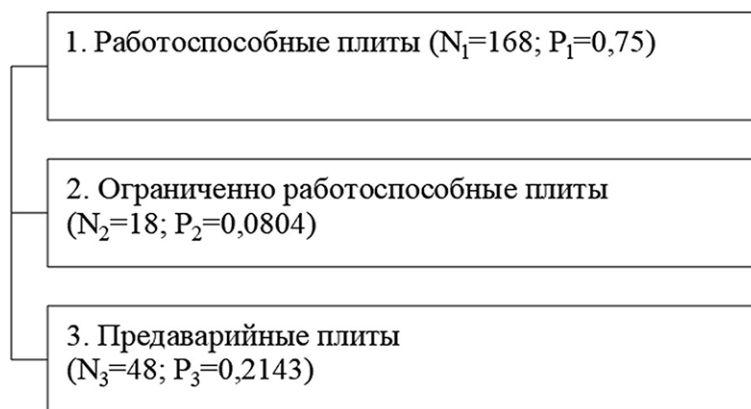


Рисунок 3 – Взаимосвязь плит перекрытия как системы неравно надежных параллельно работающих элементов

второй степени имеем значения ВБР:

$$P(30 + 10n) = P(10) + 0,5 \cdot (3n) \times \\ \times [-3P(10) + 4P(20) - P(30)] = \\ = 0,8759 + 1,5n(-0,2482), \text{ то есть} \\ P(30 + 10n) = 0,8759 - 0,3723n \\ (n = 1, 2, 3, \dots \infty).$$

$P(60) = -0,2518 < 0$ – это означает, что после 50 лет эксплуатации 224-х плит перекрытия происходит полное исчерпание их несущей способности.

$$T_{sl} = 53,53 \text{ года.}$$

Задача 3 (тип 3). Определим прогнозируемый срок эксплуатации при заданных величинах расчетной вероятности $P_p(t)$ по формуле:

$$t_i = \frac{1 - P_p(t)}{\lambda_{cp}}. \quad (10)$$

По формуле (10) (рисунок 4):

- а) при $P_p(t) = 0,95$;
 $t_{(1)} = (1 - 0,95)/0,01241 = 4 \text{ года}$;
- б) при $P_p(t) = 0,90$;
 $t_{(2)} = (1 - 0,9)/0,01241 = 8 \text{ лет}$;
- в) при $P_p(t) = 0,80$;
 $t_{(3)} = (1 - 0,8)/0,01241 = 16 \text{ лет}$;
- г) при $P_p(t) = 0,70$;
 $t_{(4)} = (1 - 0,7)/0,01241 = 24 \text{ года}$.

Таким образом, срок дальнейшей службы конструкции зависит от закладываемой ВБР.

Вычислим срок службы системы (224-х плит перекрытия) (или их ресурс) по формуле:

$$t_c = -\frac{\ln(0,821)}{0,01241} = 19,3; \quad t_c = 19,3 \text{ года.}$$

- срок службы системы (всех 224-х плит перекрытия) (в случае, если не производить ремонтов после момента обследования $\Delta t = 53$ года).

Далее вычислим величину средней наработки плит перекрытия до первого их отказа (без ремонта) ($T_c = 15,87$ лет).

Таким образом, ($T_c = 15,87$ лет) $<$ ($t_c = 19,3$ года)

- то есть, если не производить ремонты плит перекрытия, то через 15,87 лет произойдет первый их отказ, а через 19,3 года полностью произойдет исчерпание срока их службы.

Выводы и заключение

1. Предложенная математическая модель позволяет использовать вероятностный подход оценки надежности как отдельных конструкций, так и системы (совокупность конструкций) на основе статистических данных, полученных в ходе технического обследования и мониторинга зданий и сооружений.

2. Применение (приспособление) теории марковских процессов позволяет анализировать переходные процессы (в виде графов трех технических состояний строительных конструкций: работоспособное, ограниченно работоспособное и предаварийное).

3. Предлагаемая методика может быть использована как в практическом аспекте (при обследовании), так и при проведении вероятностных расчетов несущей способности конструкции.

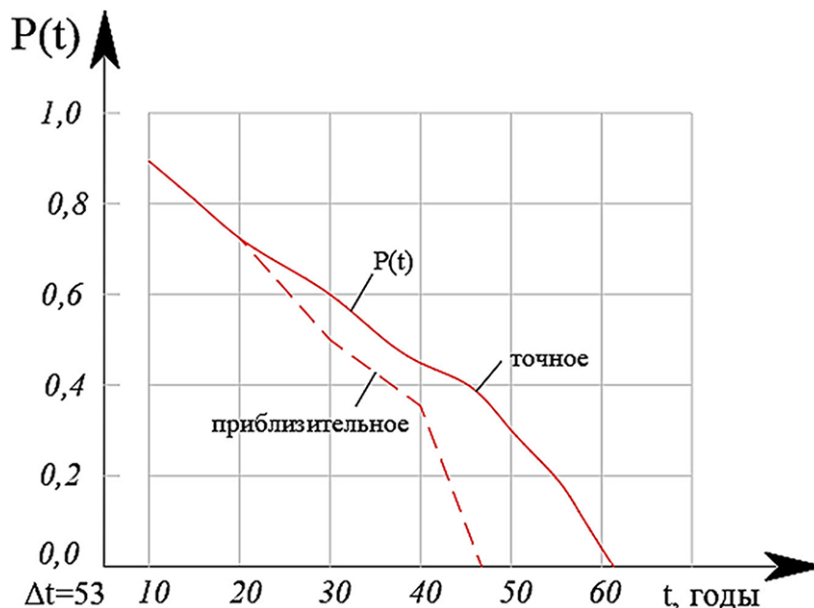


Рисунок 4 – Зависимость ВБР от времени эксплуатации и плит

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Порывай Г.А. Предупреждение преждевременного износа зданий. М.: Стройиздат, 1979. 284 с.
2. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
3. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании. М.: АСВ, 1998. 304 с.
4. Добромислов А.Н. Оценка надежности зданий и сооружений по внешним признакам. М.: АСВ, 2006. 71 с.
5. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. Н.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. 608 с.
6. Аугусти Г., Баратта А., Кашати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. М.: Стройиздат, 1988. 574 с.
7. СН РК 1.04.-2022. Обследование и оценка технического состояния зданий и сооружений. Астана: Комитет по строительству РК (институт КазМИИР), 2003. 68 с.

Графтар теориясына негізделген конструкциялардың ықтималдық сенімділігі

¹**НУГУЖИНОВ Жмагул Смагулович**, т.ғ.д., институт директоры, kazmirr@mail.ru,

²**АХМЕДИЕВ Серик Кабултаевич**, т.ғ.к., профессор, s_ahmediev@mail.ru,

¹**ТОКАНОВ Данияр Токанович**, т.ғ.к., бөлім басшысы, tokanov-daniyar@mail.ru,

²***БЕКЕТОВА Мөлдiр Сайлаубекқызы**, докторант, moldir-9292@mail.ru,

¹**ЖОЛМАГАМБЕТОВ Сырлыбек Рысбекұлы**, т.ғ.к., бөлім басшысы, syrlybekzh@mail.ru,

¹Қазақстандық көп салалы қайта құру және даму институты, Н. Назарбаев даңғылы, 56/6, Қарағанды, Қазақстан,

²«Әбілқас Сағынов атындағы Қарағанды техникалық университеті» КеАҚ, Н. Назарбаев даңғылы, 56, Қарағанды, Қазақстан,

*автор-корреспондент.

Аңдатпа. Құрылыс нысандарының техникалық жағдайы параметрлерін талдауға арналған математикалық модель жасалды. Оның негізінде зақымданулар мен ақаулардың тозуын ескере отырып, мониторинг процесінде зерттелген тірек конструкцияларының сенімділігі (қауіпсіздігі) олардың жарамдылық санаттары бойынша бағаланды (пайдалануға жарамды, пайдалануға шектеулі жарамды, аварияға дейінгі). Есептелген бастапқы жұмыс ықтималдығы (БЖЫ) негізінде графикалық теория негізінде техникалық жағдайдың үш кезеңінің әрқайсысында ғимараттардың әр түрлі қызмет ету мерзімдеріндегі өтпелі ықтималдық матрицалары есептеледі. Бұл өз кезегінде сенімділіктің тиісті көрсеткіштерін есептеуге мүмкіндік береді: тозу дәрежесі, бірінші істен шығудың орташа уақыты және т.б. Аражабын плиталарын тексерудің статистикалық деректерін өңдеу негізінде БЖЫ ғимараттың жұмыс уақытына тәуелділік кестесі алынды, оның негізінде сервистік қызмет көрсету болжамы жасалды.

Кілт сөздер: математикалық модель, ықтималдық, техникалық күй, бақылау, графтар теориясы, тозу қарқындылығы.

Probabilistic Reliability of Structures Based on Graph Theory

¹**NUGUZHINOV Zhmagul**, Dr. of Tech. Sci., Director of Institute, kazmirr@mail.ru,

²**AKHMEDIYEV Serik**, Cand. of Tech. Sci., Professor, s_ahmediev@mail.ru,

¹**TOKANOV Daniyar**, Cand. of Tech. Sci., Head of Department, tokanov-daniyar@mail.ru,

²***BEKETOVA Moldir**, Doctoral Student, moldir-9292@mail.ru,

¹**ZHOLMAGAMBETOV Syrlybek**, Cand. of Tech. Sci., Head of Department, syrlybekzh@mail.ru,

¹Kazakhstan Multidisciplinary Institute for Reconstruction and Development, N. Nazarbayev Avenue, 56/6, Karaganda, Kazakhstan,

²NPJSC «Abylkas Saginov Karaganda Technical University», N. Nazarbayev Avenue, 56, Karaganda, Kazakhstan,

*corresponding author.

Abstract. A mathematical model for analyzing the parameters of the technical condition of construction objects is developed, on the basis of which, taking into account the wear and tear of damages and defects, the reliability (safety) of the load-bearing structures examined in the process of monitoring was assessed by categories of their serviceability (serviceable, limited serviceable, pre-disaster). On the basis of the calculated initial probabilities of failure-free operation (FRO) at each of the three stages of the technical state on the basis of graph theory the matrices of transient probabilities at different terms of operation of buildings are calculated. This, in turn, allows us to calculate the corresponding reliability indicators: wear rate, mean time to first failure, etc. Based on the processing of statistical data of floor slab inspection, a graph of the dependence of the FRO on the building operation time was obtained, on the basis of which the forecast of the service life (resource) of the studied structures was realized.

Keywords: mathematical model, probability, technical condition, monitoring, graph theory, wear intensity.

REFERENCES

1. Poryvaj G.A. Preduprezhdenie prezhdvremennogo iznosa zdaniy [Prevention of premature deterioration of buildings]. Moscow. Publ. Strojizdat, 1979. 284 p.
2. Shpete G. Nadezhnost' nesushhih stroitel'nyh konstrukcij [Reliability of load-bearing building structures]. Moscow. Publ. Strojizdat, 1994. 288 p.
3. Rajzer V.D. Teorija nadezhnosti v stroitel'nom proektirovanii [Reliability theory in structural engineering]. Moscow. Publ. ABC, 1998. 304 p.
4. Dobromyslov A.N. Ocenka nadezhnosti zdaniy i sooruzhenij po vneshnim priznakam [Reliability assessment of buildings and structures by external signs]. Moscow. Publ. ABC, 2006. 71 p.
5. Nadezhnost' tehniceskikh sistem: Spravochnik / Pod red. N.A. Ushakova [Reliability of technical systems: Reference book; Edited by N.A. Ushakova]. – Moscow: Radio and Communication, 1985. 608 p.
6. Augusti G., Baratta A., Kashati F. Veroyatnostnye metody v stroitel'nom proektirovanii [Probabilistic methods in construction design]. Moscow. Publ. Strojizdat, 1988. 574 p.
7. SN RK 1.04.-2022. Obsledovanie i ocenka tehniceskogo sostojaniya zdaniy i sooruzhenij [Survey and assessment of technical condition of buildings and structures.]. Astana: Committee on Construction of RK (Institute KazMIRD), 2003. 68 p.