DOI 10.52209/1609-1825_2024_2_457 УДК 519.673

Анализ поверхностного контакта зубьев цилиндрических шестерен на основе машинного обучения

[1]***ОТАРБАЙ Женис Сагындыкович,** PhD, сеньор-лектор, zh.otarbay@astanait.edu.kz,
[1]**БЕЙСЕКЕЕВ Куат Атымтаевич,** магистр, сеньор-лектор, k.beisekeyev@astanait.edu.kz,
[1]**КУЛМУРАТОВА Айтолқын Нуркенқызы,** магистр, преподаватель, ait.sovet@gmail.com,
[1]**ЖЕТПИСБАЕВА Алия Сейлхановна,** магистр, сеньор-лектор, A.Zhetpisbayeva@astanait.edu.kz,
[1]**ТУЛЕПОВА Гульсим,** магистр, сеньор-лектор, g.tulepova@astanait.edu.kz,
[1]Astana IT University, пр. Мангилик Ел, 55/11, Бизнес-центр EXPO, блок C1, Астана, Казахстан,

*автор-корреспондент.

Аннотация. *Данная работа посвящена анализу поверхностного контакта зубьев цилиндрических шестерен на основе методов машинного обучения. В ходе исследования были использованы различные алгоритмы машинного обучения для анализа влияния углового смещения шестеренок в коробке передач на качество поверхностного контакта зубьев. В работе был проведен анализ влияния таких параметров, как форма зубьев, модификация поверхности зубьев, угол смещения и другие факторы, на качество поверхностного контакта зубьев. Разработаны модели машинного обучения, которые позволили предсказывать качество контакта зубьев на основе данных о параметрах шестерен. Полученные результаты позволят оптимизировать параметры производства цилиндрических шестерен для достижения наилучшего качества поверхностного контакта зубьев и повышения эффективности работы механизмов, в которых они применяются.*

Ключевые слова: *анализ поверхностного контакта зубьев, цилиндрические шестерни, машинное обучение, модификация поверхности зубьев, зацепления, угол смещения, коробка передач, оптимизация производства.*

Введение

Компьютерное моделирование контакта зубьев является значимой частью проектирования зубчатых передач. Оно позволяет оценить все процессы зубчатой передачи на этапе проектирования, включая неправильное выравнивание и ошибки передачи, повреждение зубьев, шум и вибрацию. Эта область хорошо изучена Литвиным [1], который разработал фундаментальные методы для так называемого анализа контакта зубьев для настройки станков. В последние годы в механической инженерии все большее внимание уделяется использованию методов машинного обучения для анализа поверхностного контакта зубьев цилиндрических шестерен. В этой области было опубликовано несколько исследований, которые показывают, как машинное обучение может улучшить точность и эффективность анализа поверхностного контакта зубьев. Во время передачи мощности зубчатых колес различные отклонения шестеренок могут вызывать шум и вибрацию во время работы. Отклонение зубчатой пары может повлиять как на геометрические, так и на физические характеристики боковых поверхностей зубьев. Чтобы уменьшить шум и вибрацию зацепления зубчатой пары, Литвин и др. [1-3] предложили модифицировать их геометрию поверхности, чтобы снизить трансмиссионные ошибки и избежать контакта на кромке зубьев шестерни.

В 2019 году Разави Фар и др. опубликовали статью [4], в которой предложили использовать методы машинного обучения для оптимизации процесса проектирования зубчатых колес. Они обучили нейронную сеть на большом наборе данных, содержащем информацию о геометрии зубьев, материале, условиях эксплуатации и других факторах, и использовали ее для оптимизации процесса проектирования зубчатых колес. Предложенный метод позволил значительно

ускорить процесс проектирования и снизить количество ошибок в конечном продукте. Позже Урбас и др. [5] провели исследование, в котором рассматривалось использование моделей машинного обучения для проектирования неэвольвентных зубчатых колес. Цель состояла в создании модели поддержки принятия решений, которая помогала бы в моделировании методом конечных элементов. В рамках исследования была предложена модель машинного обучения для расчета номинального напряжения на корне зубчатых колес с прогрессивным криволинейным путем контакта, которую можно использовать в реальном времени в качестве альтернативы моделированию методом конечных элементов. Эта модель способна анализировать различные геометрические формы зубчатых колес и выбирать наиболее подходящую конструкцию для данного приложения.

Метод анализа контакта поверхности зубьев шестеренок

Алгоритм анализа контакта зубьев, описанный Литвиным [1], основан на моделировании взаимодействия поверхностей зубьев. Единичная нормаль поверхности представлена в системе координат, зафиксированной в пространстве и связанной с вращающимися поверхностями $\Sigma_{1,2}$:

$$\vec{r_1}(u_1, v_1, \phi_1) = \vec{r_2}(u_2, v_2, \phi_2), \quad (1)$$

$$n_1(u_1, v_1, \phi_1) = n_2(u_2, v_2, \phi_2), \quad (2)$$

где $\overrightarrow{n_{1,2}}$ представляют единичные векторы поверхностей, а $\overrightarrow{r_{1,2}}$ иллюстрируют векторы позиции. Поверхности Σ_1 и Σ_2 находятся в точечном контакте на каждый момент времени, и параметр ϕ_1 выбирается как заданный, тогда как пять параметров (u_1, v_1, u_2, v_2, ϕ_2) являются неизвестными. Алгоритм анализа контакта зуба может быть описан следующим образом:

$$\frac{\partial \vec{r_2}^f}{\partial u_2} \cdot \left(\frac{\partial \vec{r_1}^f}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \vec{r_1}^f}{\partial v_1} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{r_2}^f}{\partial v_2} \cdot \left(\frac{\partial \vec{r_1}^f}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \vec{r_1}^f}{\partial v_1} \right) = 0, \quad (4)$$

$$g_1(u_1, v_1, \phi_1) = 0, \quad (5)$$

$$g_2(u_2, v_2, \phi_2) = 0, \quad (6)$$

где $g_{1,2} = 0$ – уравнения условия зацепления шестерёнок. Уравнения (1-6) дают набор из пяти нелинейных уравнений с пятью неизвестными и одним прикладным (ϕ_1) параметром.

$$g_i(u_1, v_1, \phi_1, u_2, v_2, \phi_2) = 0, \ g_i \in C^1, (i = 1...5). \quad (7)$$

Уравнение (7) решается в точке контакта по теореме о неявной функции с ненулевым якобианом с целью получения неизвестных параметров:

$$J = \frac{D(g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)}{D(u_1, v_1, u_2, v_2, \phi_2)}, \quad (8)$$

$$\{u_1(\phi_1), v_1(\phi_1), u_2(\phi_1), v_2(\phi_1), \phi_2(\phi_1)\} \in C^1. \quad (9)$$

Решение системы основано на применении подпрограммы с итерационным процессом. Созданный алгоритм можно также использовать для поверхностей зубьев шестерни, которые отклоняются от оси вращения. Такие численные решения имеют тенденцию сильно зависеть от соответствующего выбора начальных «предположительных значений». Численный алгоритм может генерировать неточные результаты, такие как сходящиеся решения, которые неточны по сравнению с реальными, или он может вообще не сойтись, если приблизительные значения не выбраны тщательно.

Параметрическое уравнение профиля зуба цилиндрической шестерни

Общее уравнение эвольвентных поверхностей было сформулировано в терминах требуемых параметров u_i и v_i для конкретной установки станка, чтобы обеспечить математическую модель поверхности зуба цилиндрического зубчатого колеса. Поверхности были изменены путем добавления дополнительных переменных, которые воспроизводят производственные процессы коронки, чтобы локализовать контакт и гарантировать, что алгоритм уравнения зацепления даст решение для контакта в одной точке. Параметрические уравнения эвольвентной поверхности можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} &\{x = r\cos\cos\theta + r\theta\sin\theta y = \\ &= r\cos\theta - r\theta\sin\theta + \delta z = v, \end{aligned} \quad (10)$$

где r – радиус основания и δ относится к модификации зуба, такой как выпуклость или рельеф вершины. θ эвольвентный угол, определенный в [6]:

$$\theta = \sqrt{\frac{u^2}{r^2} - 1}. \quad (11)$$

Как мы упоминали раннее отклонение шестеренок от оси вращения могут вызывать шум и вибрацию во время работы, тем самым разрушая поверхность зубчатых колес. Во избежание таких отклонений применяется модификация поверхности зуба, которая уменьшает влияние ошибок передач

при сборке и изменение положения нагрузки дальше от края боковой поверхности, тем самым снижая вероятность возникновения краевых контактных напряжений, которые могут сделать зубчатые колеса менее надежными [2, 3]. Для этих целей обычно используют параболическую модификацию, где с точки зрения (u_i, v_i) параметризации можно её функцию можно выразить следующим образом:

$$\delta = a_1\left(v - \frac{v_{\max} - v_{\min}}{2}\right)^2, \qquad (12)$$

где коэффициент a_1 – степень кривизны функций. Также рельеф кончика и корня зуба можно определить как:

$$\theta = H(u-u_0)\,c_m\left(\frac{u-u_0}{L_1}\right)^2 + \\ +H(u_{\min}+L_2-u)\,c_m\left(\frac{u_{\min}+L_2-u_0}{u_{\min}}\right)^2, \qquad (13)$$

где $L_{1,2}$ – длина рельефа, c_m величина модификации, $u_0 = u_{\max} - L_1$ – радиальное расстояние, с которого начинается модификация. Функции Хевисайда $H(u)$ используются для изменения только некоторых частей поверхности зуба шестерни.

Анализ зацепления зубчатых колес

Анализ контакта зубьев, реализованный в данной работе, основан на методе, подробно описанном выше, и используется для моделирования сцепления зубчатых колес и исследования контакта модифицированных зубьев с использованием среды Wolfram Mathematica. Основными целями анализа контакта зубьев являются определение пути контакта и ошибка передачи, вызванных неправильным выравниванием валов зубчатых колес. Во время моделирования задаются геометрические параметры шестеренок, а также ориентация и уровень отклонения. Для всех случаев моделирования поверхность зуба шестерни была модифицирована функциями, указанными в уравнениях 13 и 14. Как указано во введении, выбор типа и объема модификаций является критическим для сцепления зубчатых колес. Например, чрезмерная модификация приводит к увеличению ошибки передачи, тогда как недостаточное её количество приведет к тому, что зубья шестеренок будут контактировать близко к краям поверхности, что может привести к разлому. Поэтому объем модификаций должен быть оптимизирован для получения контактного пути близко к центру поверхностей зубьев или на определенном расстоянии от края с непрерывной функцией трансмиссий. Функция ошибки передачи определяется как фактический угол поворота выходного зубчатого колеса минус теоретический угол поворота. Ошибка передачи изменяется от нуля из-за несоответствия поверхностей или неправильного выравнивания и может быть рассчитана с использованием следующего уравнения:

$$\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_{20}) - \frac{N_1}{N_2}(\phi_1 - \phi_{10}), \qquad (14)$$

где ϕ_{10} и ϕ_{20} являются начальными углами поворота шестерни и зубчатого колеса соответственно, когда поверхности зубьев находятся в начальной точке контакта. Здесь ϕ_2 – это угол поворота первой шестеренки, соответствующий углу поворота второй шестеренки ϕ_1, который является независимой переменной. Функция $\Delta\phi$ является периодической функцией с периодом $T = 2\pi/N_1$. Функция $\Delta\phi$ имеет различные формы в зависимости от условий, таких как угол смещения или наложение модификаций на поверхность зубьев. На рисунке 1 показан нежелательный результат $\Delta\phi$. Как видно, функция прерывистая, что означает, что применено недостаточное количество модификаций, что указывает на то, что зацепление зубьев шестерни может привести к шуму и вибрации. Также результат контакта показан на рисунке 2, где видно, что отклонение без модификаций приводит к контакту по краям зубьев шестеренок. В этом случае зубчатая передача в конце цикла зацепления неизбежно сопровождается скачком угловой скорости.

На рисунках 3 и 4 показано, что применение удовлетворительных модификаций приводит к непрерывной параболической передаточной функции. Как было упомянуто ранее, численный алгоритм может иногда генерировать неточные результаты, что приводит к точкам, не соответствующим пути контакта. На рисунке 5 показаны результаты того же процесса контакта, что и на рисунке 4, но отображенные в пространственном представлении.

Оптимизация данных зацепления зубчатых колес с помощью машинного обучения

Используя данные о положении точек контакта на поверхности зубчатого колеса, мы можем использовать алгоритмы машинного обучения для диагностики неисправностей и прогнозирования того, выровнено ли зубчатое колесо или нет. Ниже приведена таблица, где показаны результаты параметров (u, v), где u – длина радиус вектора от вала до точки контакта шестерёнок, а v – длина зуба. Также таблица среднего показывает среднее значение и стандартного отклонения двадцати симуляций для двух случаев: при зацеплениях зубов шестерёнок с

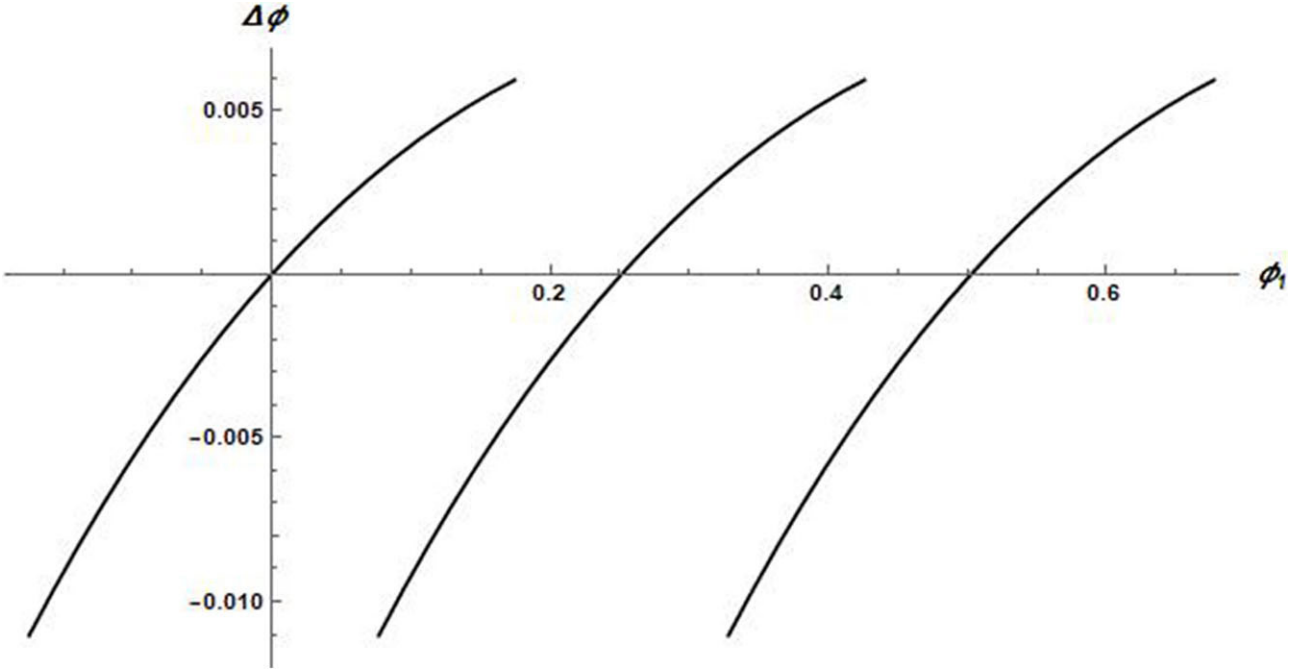

Рисунок 1 – Функции ошибки передач Δф с недостаточным количеством параболических модификаций, приводящих к прерывистой функции передачи

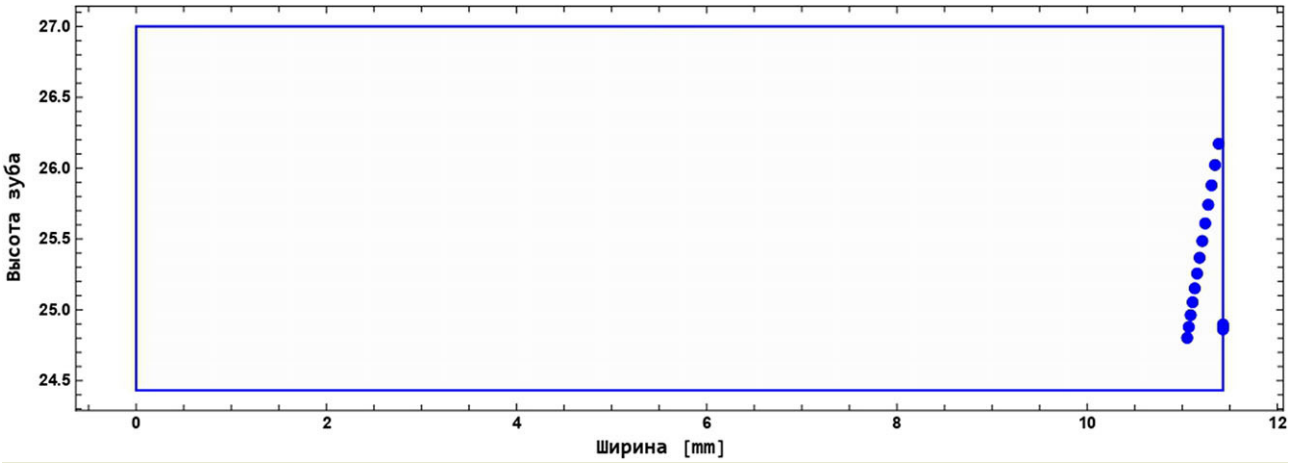

Рисунок 2 – Путь контакта шестерёнок без модификаций при отклонениях вала на 0.05°

и без отклонений. Применяя эти данные, мы можем обучить нашу модель и использовать ее для прогнозирования новых данных.

С помощью машинного обучения выполняется диагностика неисправностей, обучая классификатор прогнозировать, выровнено или смещено зубчатое колесо на основе входных данных. Входные данные состоят из двух наборов измерений для выровненных и отклоненных зубчатых колес соответственно. Данные подготавливаются для обучения путем объединения измерений для каждой шестерни в кортежи с соответствующими метками «Выровнено» или «Отклонено». Затем классификатор обучается с использованием обучающих данных, при этом выбранный метод – машина опорных векторов. Определена функция для прогнозирования диагностики неисправности на основе новых данных, а тест выполняется с использованием выборочного набора данных. Результатом теста является прогнозируемый диагноз тестируемой шестерни: «Выровнено» или «Отклонено».

Заключение

Классическая модель анализа контакта шестеренок была применена к цилиндри-

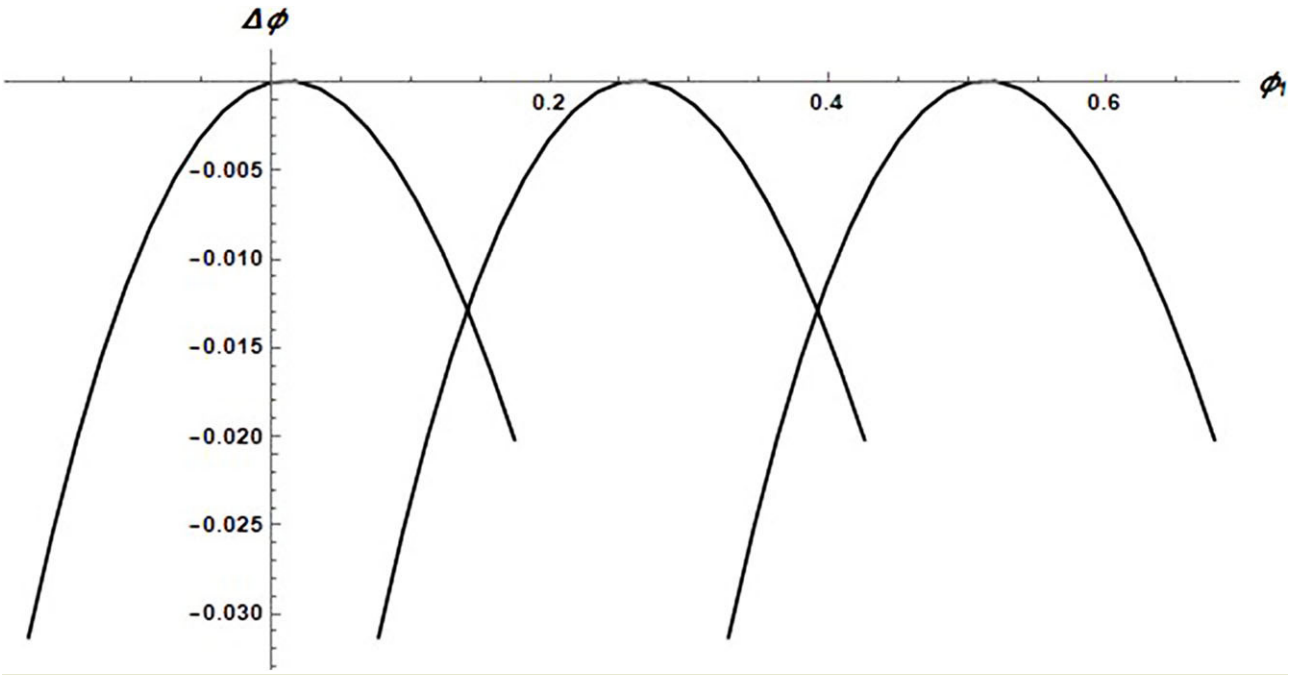

Рисунок 3 – Функции Δф с удовлетворительным количеством параболических модификаций, ведущих к функции непрерывной передачи

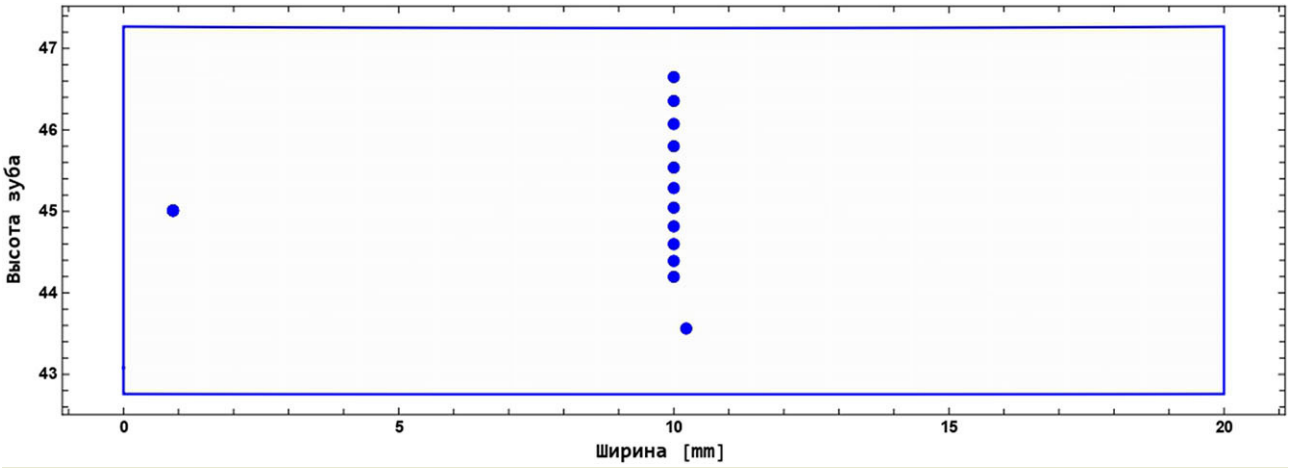

Рисунок 4 – Путь контактов на поверхности зуба цилиндрического зубчатого колеса, где некоторые точки не сошлись из-за неправильного предполагаемого значения параметра

ческим зубчатым колесам для параметрической оценки их устойчивости к различным смещениям и их влияния на контактный путь и погрешность. Путем моделирования поверхностей зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес в этом исследовании также была определена оптимальная модификация для уменьшения ошибки передачи и изменения пути зацепления, чтобы избежать контакта с кромками зубьев. Также на основе машины опорных векторов выполняется прогнозирование путей контакта для диагностики состояний шестерёнок в коробке передач. Машинное обучение применялось для анализа данных о положении передач и диагностики таких неисправностей, как отклонение вала. В целом, исследования показывают, что использование методов машинного обучения для анализа поверхностного контакта зубьев цилиндрических шестерен является перспективным направлением в механической инженерии. Они позволяют получать более точные результаты, сокращать время на проектирование и оптимизацию, а также снижать количество ошибок в конечном продукте.

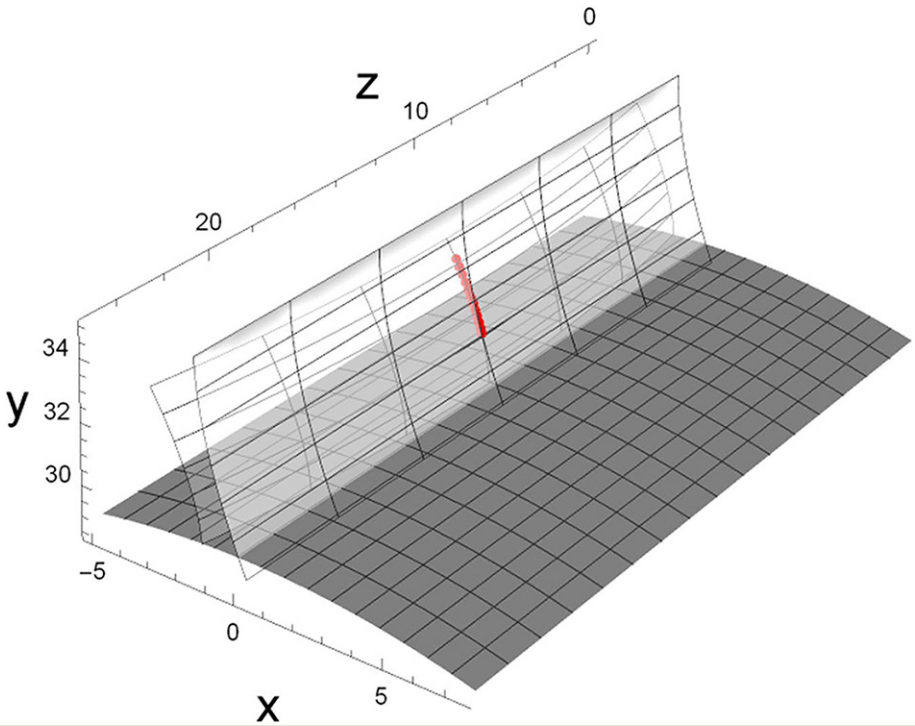

Рисунок 5 – Результат пути контакта в трехмерном пространстве

Результат 20-ти симуляций

	u	v
Среднее значение параметров при ровном касании зубов шестеренок	1.52	2.56
Стандартное отклонение при ровном касании зубов шестеренок	0.234758	0.259058
Среднее значение параметров при отклонении зубов шестеренок	1.75	2.56
Стандартное отклонение при отклонении зубов шестеренок	0.158114	0.259058

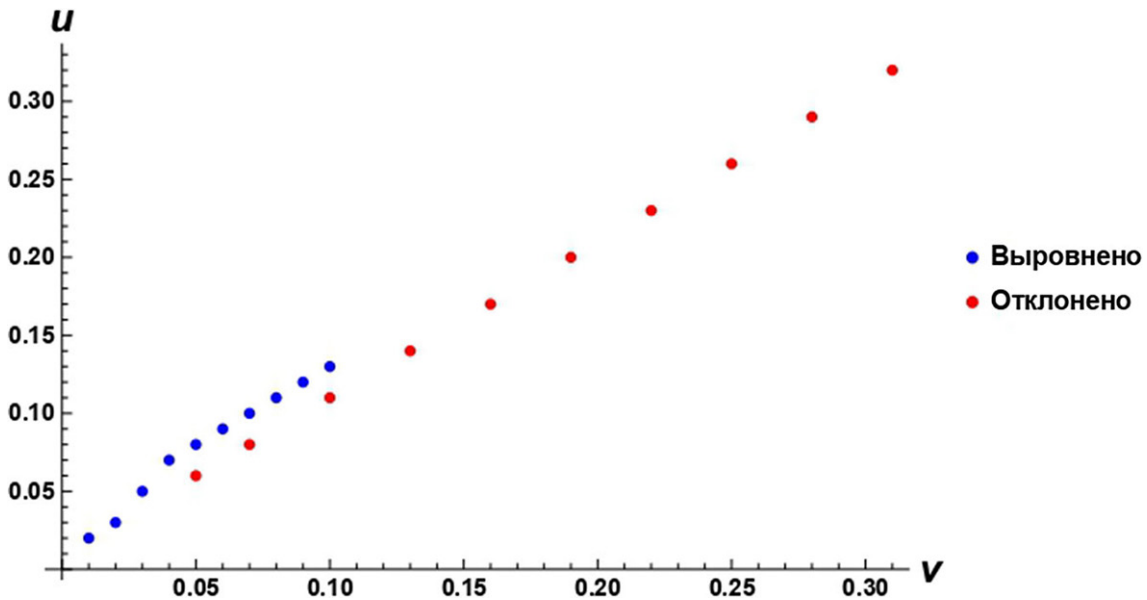

Рисунок 6 – Результат пути заражения прогнозируется с помощью метода машины опорных векторов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Litvin, F. L., Fuentes, A., Gonzalez-Perez, I., Carvenali, L., Kawasaki, K., & Handschuh, R. F. (2003). Modified involute helical gears: Computerized design, simulation of meshing and stress analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192 (33), 3619-3655. https://doi.org/10.1016/S0045-7825(03)00367-0
2. Kumar, P., Hirani, H., & Kumar Agrawal, A. (2019). Effect of gear misalignment on contact area: Theoretical and experimental studies. Measurement, 132, 359-368. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.09.070
3. Mao, K. (2007). Gear tooth contact analysis and its application in the reduction of fatigue wear. Wear, 262 (11), 1281-1288. https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.06.019
4. Razavi-Far, R. et al. (2019). «Information fusion and semi-supervised Deep Learning Scheme for diagnosing gear faults in Induction Machine Systems», IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66 (8), pp. 6331-6342. Available at: https://doi.org/10.1109/tie.2018.2873546
5. Urbas, U., Zorko, D. and Vukašinović, N. (2021). «Machine learning based nominal root stress calculation model for gears with a progressive curved path of contact», Mechanism and Machine Theory, 165, p. 104430. Available at: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104430
6. Temirkhan, M.; Tariq, H.B.; Kaloudis, K.; Kalligeros, C.; Spitas, V.; Spitas, C. Parametric Quasi-Static Study of the Effect of Misalignments on the Path of Contact, Transmission Error, and Contact Pressure of Crowned Spur and Helical Gear Teeth Using a Novel Rapidly Convergent Method. Appl. Sci. 2022, 12, 10067. https://doi.org/10.3390/app121910067

Машиналық оқыту негізінде тік тістердің беттік байланысын талдау

[1]***ОТАРБАЙ Жеңіс Сағындықұлы,** PhD, сеньор-лектор, zh.otarbay@astanait.edu.kz,*
[1]***БЕЙСЕКЕЕВ Қуат Атымтайұлы,** магистр, сеньор-лектор, k.beisekeyev@astanait.edu.kz,*
[1]***КУЛМУРАТОВА Айтолқын Нуркенқызы,** магистр, оқытушы, ait.sovet@gmail.com,*
[1]***ЖЕТПИСБАЕВА Алия Сейлхановна,** магистр, сеньор-лектор, A.Zhetpisbayeva@astanait.edu.kz,*
[1]***ТУЛЕПОВА Гульсим,** магистр, сеньор-лектор, g.tulepova@astanait.edu.kz,*
[1]Astana IT University, Мәңгілік Ел даңғылы, 55/11, EXPO Бизнес-центрі, C1 блогы, Астана, Қазақстан,
**автор-корреспондент.*

***Аңдатпа.** Жұмыс цилиндрлік тісті доңғалақтардың тістерінің беттік жанасуын машиналық оқыту әдістері негізінде талдауға арналған. Зерттеу барысында редуктордағы берілістердің бұрыштық орын ауыстыруының тістердің беттік жанасу сапасына әсерін талдау үшін әртүрлі машиналық оқыту алгоритмдері қолданылды. Жұмыста тістердің пішіні, тістердің бетінің модификациясы, жылжу бұрышы және басқа факторлардың тістердің беттік жанасу сапасына әсер етуіне талдау жасалды. Тісті беріліс деректері негізінде тістің жанасу сапасын болжауға мүмкіндік беретін машиналық оқыту үлгілері әзірленді. Алынған нәтижелер тістердің беттік жанасуының ең жақсы сапасына қол жеткізу және олар қолданылатын механизмдердің тиімділігін арттыру үшін цилиндрлік берілістердің өндірістік параметрлерін оңтайландыруға мүмкіндік береді.*

***Кілт сөздер:** тіс бетінің жанасуын талдау, тісті доңғалақтар, машинаны оқыту, тіс бетін өзгерту, торлау, беріліс қорабындағы жылжу бұрышы, өндірісті оңтайландыру.*

Analysis of Surface Contact of Teeth of Cylindrical Gears Based on Machine Learning

[1]***OTARBAY Zhenis,** PhD, Senior Lecturer, zh.otarbay@astanait.edu.kz,*
[1]**BEISEKEYEV Kuat,** Master's Degree, Senior Lecturer, k.beisekeyev@astanait.edu.kz,*
[1]**KULMURATOVA Aytolkin,** Master's Degree, Teacher, ait.sovet@gmail.com,*
[1]**ZHETPISBAYEVA Aliya,** Master's Degree, Senior Lecturer, A.Zhetpisbayeva@astanait.edu.kz,*
[1]**TULEPOVA Gulsim,** Master's Degree, Senior Lecturer, g.tulepova@astanait.edu.kz,*
[1]*Astana IT University, Mangilik El Avenue, 55/11, EXPO Business-Center, Block C1, Astana, Kazakhstan,*
**corresponding author.*

Abstract. *This work is devoted to the analysis of the surface contact of teeth of cylindrical gears based on machine learning methods. During the study, various machine learning algorithms were used to analyze the influence of the angular displacement of the gears in the gearbox on the quality of the surface contact of the teeth. The work analyzed the influence of such parameters as the shape of the teeth, the modification of the surface of the teeth, the offset angle and other factors on the quality of the surface contact of the teeth. A model of machine learning was developed, which allowed to predict the quality of the contact of the teeth based on the data on the parameters of the gears. The obtained results allow to optimization of the production parameters of cylindrical gears to achieve the best quality of the surface contact of the teeth and increase the efficiency of the mechanisms in which they are used.*

Keywords: *tooth surface contact analysis, spur gears, machine learning, tooth surface modification, meshing, shift angle in gearbox, production optimization.*

REFERENCES

1. Litvin, F. L., Fuentes, A., Gonzalez-Perez, I., Carvenali, L., Kawasaki, K., & Handschuh, R. F. (2003). Modified involute helical gears: Computerized design, simulation of meshing and stress analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192 (33), 3619-3655. https://doi.org/10.1016/S0045-7825(03)00367-0
2. Kumar, P., Hirani, H., & Kumar Agrawal, A. (2019). Effect of gear misalignment on contact area: Theoretical and experimental studies. Measurement, 132, 359-368. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.09.070
3. Mao, K. (2007). Gear tooth contact analysis and its application in the reduction of fatigue wear. Wear, 262 (11), 1281-1288. https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.06.019
4. Razavi-Far, R. et al. (2019). «Information fusion and semi-supervised Deep Learning Scheme for diagnosing gear faults in Induction Machine Systems», IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66 (8), pp. 6331-6342. Available at: https://doi.org/10.1109/tie.2018.2873546
5. Urbas, U., Zorko, D. and Vukašinović, N. (2021). «Machine learning based nominal root stress calculation model for gears with a progressive curved path of contact», Mechanism and Machine Theory, 165, p. 104430. Available at: https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104430
6. Temirkhan, M.; Tariq, H.B.; Kaloudis, K.; Kalligeros, C.; Spitas, V.; Spitas, C. Parametric Quasi-Static Study of the Effect of Misalignments on the Path of Contact, Transmission Error, and Contact Pressure of Crowned Spur and Helical Gear Teeth Using a Novel Rapidly Convergent Method. Appl. Sci. 2022, 12, 10067. https://doi.org/10.3390/app121910067