

# Получение данных о территориальных объектах на основе алгоритма триангуляции Делоне

<sup>1</sup>КИМ Евгений Николаевич, магистрант, [evgenij\\_kim2010@mail.ru](mailto:evgenij_kim2010@mail.ru),

<sup>1</sup>ЯВОРСКИЙ Владимир Викторович, д.т.н., профессор, [yavorskiy-v-v@mail.ru](mailto:yavorskiy-v-v@mail.ru),

<sup>1</sup>\*КЛЮЕВА Елена Георгиевна, старший преподаватель, [e.klyueva@kstu.kz](mailto:e.klyueva@kstu.kz),

<sup>2</sup>ЕСМАГАМБЕТОВА Маржан Муратовна, докторант, [marzhan1983@mail.ru](mailto:marzhan1983@mail.ru),

<sup>1</sup>НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова», Казахстан, Караганда, пр. Н. Назарбаева, 56,

<sup>2</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Казахстан, Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2,

\*автор-корреспондент.

**Аннотация.** В статье представлены результаты исследований в области описания территориальных объектов для информационно-аналитического моделирования возникающих ситуаций. Цель исследования – анализ возможности разработки информационной системы поддержки принятия решений при возникновении чрезвычайных ситуаций на горнодобывающих предприятиях. За основу моделируемого эвакуационного объекта была принята поверхность горнодобывающего объекта Карагандинской области, полученная при помощи аэрофотосъемки с беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), оснащенных GPS приемником и камерой с настроенной системой геопозиционирования. Оцифровка и получение 3D-облака точек местности были произведены в программном обеспечении Agisoft Metashape Professional. Для подготовки информационной базы для решения задач эвакуации был реализован алгоритм триангуляции Делоне, построенный по методу заматающей прямой. В статье подробно описан алгоритм получения графа рассматриваемого эвакуационного объекта. В качестве вершин графа были использованы полученные точки трехмерного пространства. В алгоритме присутствуют два типа объектов: точка и треугольник. В качестве проверки условия Делоне применяется проверка вновь образованных четырехугольников через уравнение описанной окружности. Для поиска кратчайших путей в полученном графе авторами предлагается в дальнейшем использовать алгоритм A\*.

**Ключевые слова:** моделирование, эвакуация, эвакуационная модель, триангуляция Делоне, связный граф, алгоритм, условие Делоне.

## Введение

Для информационно-аналитического описания чрезвычайных ситуаций (ЧС) на территориальных объектах приоритетным мероприятием является мониторинг, в этом случае ЧС может быть определена заранее до ее начала. Экстренная, неорганизованная эвакуация приводит к неминуемым потерям: гибели субъектов и объектов эвакуации [1]. Организация эвакуации связана, прежде всего, с определением ее параметров. В данном исследовании рассмотрена модель определения параметров эвакуации на основе триангуляции Делоне.

Актуальность темы данной статьи отражается в необходимости разработки прогнозирующих моделей для эвакуации из горно-добычных карьеров и подобных зон при возможной чрезвычайной ситуации.

## Материалы и методы исследования

Важнейшим параметром объекта эвакуации

является расстояние между точками (различными предметами) объекта эвакуации. Более детальные данные о расстоянии между точками объекта и характеристиками соединений (дуг, ребер графа) между соседними точками объекта позволяет рассчитать время, а также затраты, необходимые на эвакуацию. Это дает возможность предотвращать потери и оптимизировать маршруты эвакуации.

Оптимизация маршрута эвакуации – важная задача, выполнение которой позволяет минимизировать или предотвращать потери. Описание этой ситуации с использованием агентного моделирования является одним из способов, который поможет понять и предсказать, как и когда нужно осуществлять эвакуацию.

В агентном моделировании система моделируется как совокупность автономных субъектов, принимающих решения. Каждый агент индивидуально оценивает свою ситуацию и принимает решения на основе набора правил. Агенты могут

выполнять различные действия, соответствующие системе, которую они представляют, например, передвигаться, выполнять определенные действия, взаимодействовать с другими агентами [2].

Моделирование ситуаций, возникающих при эвакуации с помощью агентов, – это эффективный способ, который поможет получить важные временные характеристики и параметры других затрат на эвакуацию. При этом можно изучить взаимодействие и поведение агентов, а также их воздействие на состояние всей системы в целом.

Важным моментом, влияющим на разработку модели, позволяющей оценить расстояния между точками объекта, является способ получения исходной информации о точках объекта [3]. В рассматриваемом в рамках данного исследования примере расстояния между точками на поверхностях горнодобывающего объекта получены при помощи аэрофотосъемки. Аэрофотосъемка осуществлялась при помощи беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Основная цель использования беспилотных летательных аппаратов заключалась в получении пространственных данных о местности (цифровых снимков) и её объектах. Для получения данных БПЛА оснащены датчиком GPS и акселерометром. При помощи программного обеспечения Agisoft Metashape Professional все полученные снимки местности

объединяются, и происходит построение 3D-облака точек местности, которые далее экспортируются как список точек трехмерного пространства.

Для анализа перемещения эвакуируемых на объекте эвакуации была использована триангуляция Делоне.

### Результаты и их обсуждение

Пусть дан набор некоторых точек в трехмерном пространстве (рисунок 1). Между ними необходимо построить связи (множество рёбер), благодаря которым можно анализировать перемещения на объекте моделирования. Для построения рёбер предлагается использовать триангуляцию Делоне. Рассмотрим триангуляцию для двухмерного случая.

Триангуляция Делоне – это разбиение на треугольники для некоторого множества точек на плоскости (в обобщенном виде в N-мерном пространстве), при которой для любого треугольника триангуляции все исходные точки за исключением тех, которые являются его вершинами, лежат вне окружности, описанной вокруг треугольника (критерий пустого круга) [4, 5].

Данный критерий графически изображен на рисунке 2. Для построения триангуляции Делоне использован алгоритм, построенный по методу заматающей прямой.

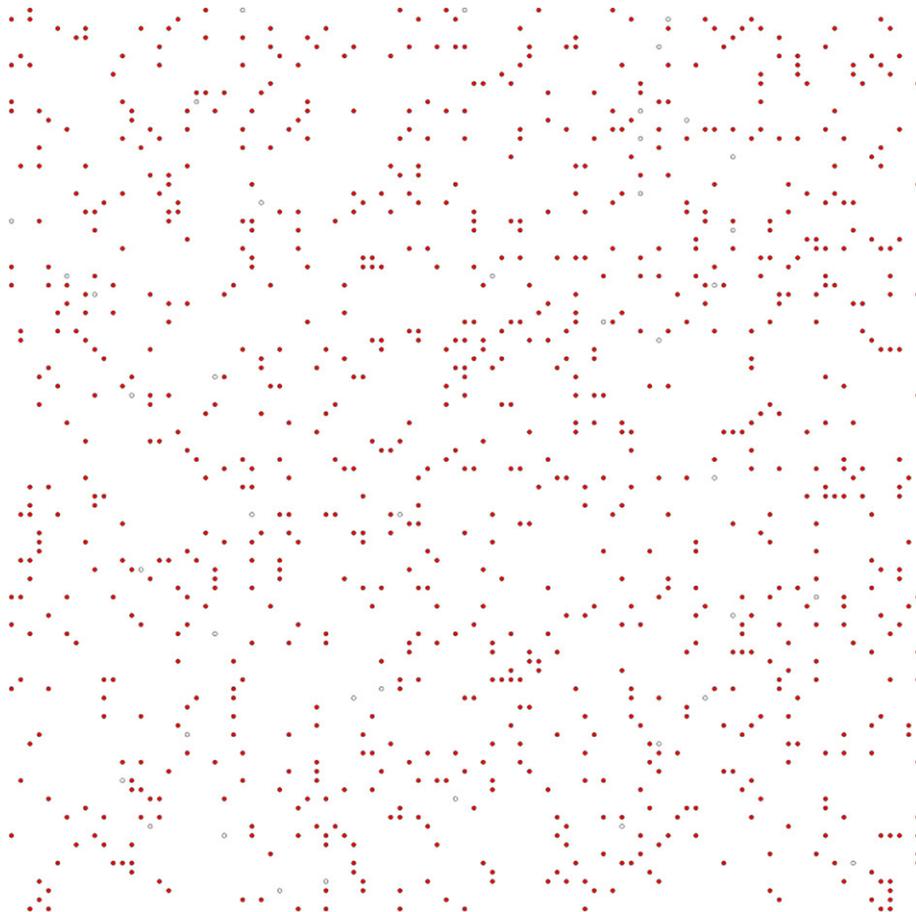


Рисунок 1 – Множество точек (вид сверху)

Структуры данных, используемые в реализации алгоритма, включают два типа объектов [6]: точка и треугольник.

Точка имеет два компонента: координату  $x$  и координату  $y$ . Треугольник имеет два компонента типа массива, один для записи трех указателей на его три вершины, другой для записи указателей на его три соседних треугольника с общими ребрами.

Например, как показано на рисунке 3, треугольник  $P_0P_1P_2$  имеет указатели на точки  $P_0, P_1, P_2$ , и указатели на соседние треугольники  $T_0, T_1, T_2$ , где  $T_0$  содержит ребро  $P_0P_1$ ,  $T_1$  содержит ребро  $P_1P_2$ , а  $T_2$  содержит ребро  $P_2P_0$ .

Минимальная выпуклая оболочка (МВО) конечного множества точек объединяет некоторый набор точек таким образом, чтобы они образовывали многоугольник, содержащий все точки множества внутри себя [7].

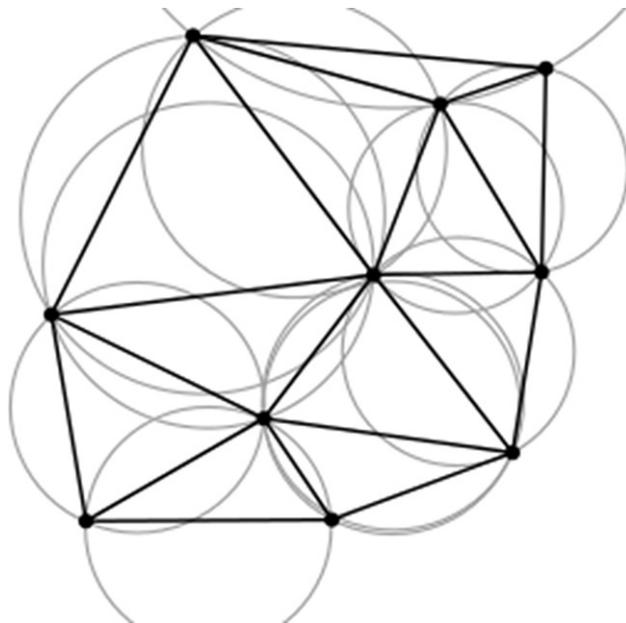


Рисунок 2 – Критерий пустого круга

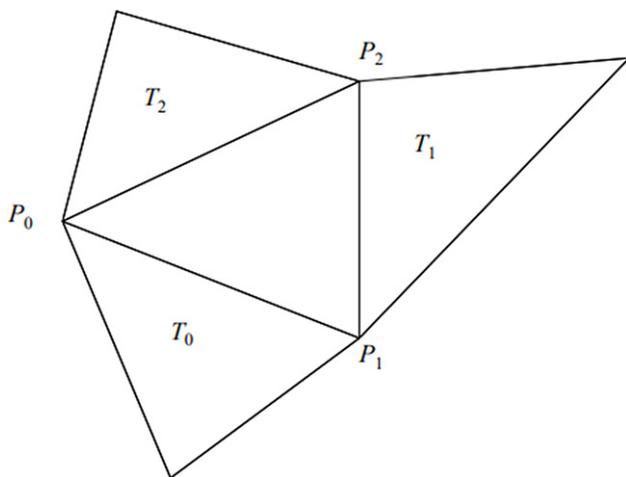


Рисунок 3 – Иллюстрация треугольников используемой модели

Пусть дан список  $P$  точек  $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ , где  $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{R}$  трехмерного пространства (вершин), образующих некоторый каркас поверхности. Алгоритм триангуляции Делоне будет строиться по первым двум координатам.

Построим алгоритм по методике [8], которая заключается в следующем.

Список вершин  $P$  сортируется по одной из координат (например, координате « $x$ ») таким образом, что  $x_i \leq x_{i+1}$  для всех элементов списка  $P$ .

Используя первые три точки  $P_1, P_2$  и  $P_3$ , строится первый треугольник триангуляции  $P_1P_2P_3$ , добавив ребра  $E_1 = (P_1, P_2)$ ,  $E_2 = (P_2, P_3)$  и  $E_3 = (P_1, P_3)$  в множество ребер  $E$  (рисунок 4).

Третий и четвертый шаг повторяются для каждой вершины  $P_i, 4 \leq i \leq n$ , где  $n$  – количество вершин. Вершину  $P_i$  добавляем в множество  $E$  ребра  $(P_i, P_{n1}), \dots, (P_i, P_{nk})$ , которые соединяют  $P_i$  с уже обработанными видимыми вершинами (вершина  $A$  называется видимой из вершины  $B$ , если при построении ребра  $(A, B)$  это ребро не пересекает другие ребра и не содержит других вершин). Таким образом будут построены треугольники  $P_iP_{n1}P_{n2}, P_iP_{n2}P_{n3}, \dots, P_iP_{nk-1}P_{nk}$ . На рисунке 5 изобра-

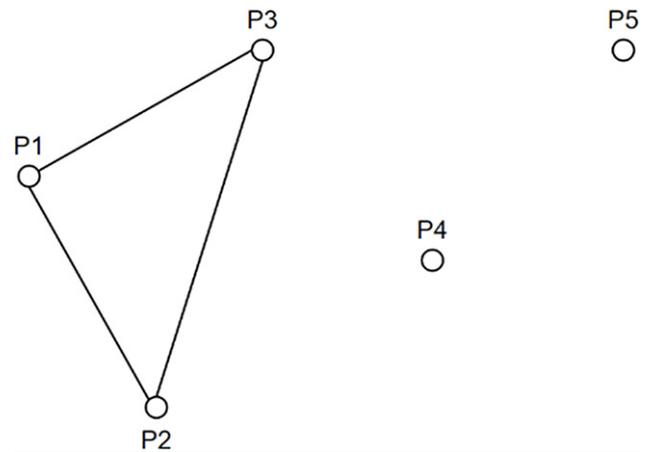


Рисунок 4 – Первый треугольник триангуляции

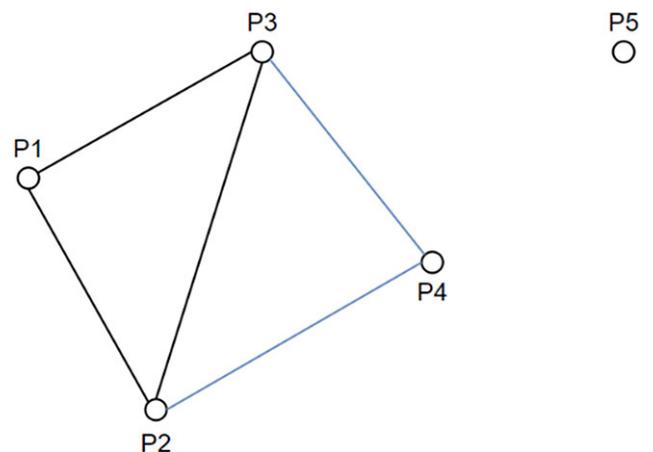


Рисунок 5 – Треугольник  $P_4P_3P_2$ , построенный в результате соединения вершины  $P_4$  со всеми обработанными видимыми вершинами

жен пример выполнения данного шага для  $i = 4$ .

После построения треугольников необходимо проверить порожденные данными построениями четырехугольники на условие Делоне. Например, на рисунке 5 таким четырехугольником является  $P_1P_2P_4P_3$  с диагональю  $P_2P_3$ .

Для триангуляции условие Делоне можно описать в следующем виде: сумма минимальных углов всех треугольников среди всех возможных триангуляций должна быть максимальна. Одной из проверок условия Делоне является проверка через уравнение описанной окружности.

Уравнение окружности, проходящей через точки  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3)$ , можно записать в виде  $(x^2 + y^2)a - bx + cy - d = 0$ , где:

$$a = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}, b = \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

$$c = \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}, d = \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}.$$

Тогда условие Делоне для любого заданного треугольника  $P_1P_2P_3$  будет выполняться только тогда, когда для любой точки  $P_0(x_0, y_0)$  триангуляции будет верно  $(a(x_0^2 + y_0^2) - bx_0 + cy_0 - d) \operatorname{sgn}(a) \geq 0$ , где  $\operatorname{sgn}(a)$  – функция, возвращающая +1, если значение  $a$  неотрицательное, и возвращающая -1 в противном случае. Выполнение условия означает, что точка  $P_0$  не попадает внутрь окружности, описанной вокруг треугольника  $P_1P_2P_3$ .

Рассмотрим триангуляцию на рисунке 5. У четырехугольника  $P_1P_2P_4P_3$  может быть две триангуляции: с треугольниками  $P_1P_2P_3$ ,  $P_2P_3P_4$  и с треугольниками  $P_1P_3P_4$ ,  $P_1P_4P_2$ . Таким образом, для всех порожденных четырехугольников производится проверка на условие Делоне и строится тот набор треугольников, который удовлетворяет условию Делоне.

Последним шагом обработки вершины  $P_i$  яв-

ляется рекурсивная проверка на условие Делоне тех четырехугольников, которые связаны с ранее модифицированными четырехугольниками, если таковые были (рисунок 6). Например, на рисунке 6 при обработке вершины  $P_7$  происходит перестроение в четырехугольнике  $P_7P_3P_4P_6$ , ребро  $P_3P_6$  удаляется из-за несоответствия условию Делоне треугольников  $P_3P_4P_6$  и  $P_3P_7P_6$  и добавляется ребро  $P_4P_7$ . В результате этого будут образованы новые четырехугольники  $P_2P_3P_7P_4$  (оранжевый) и  $P_4P_7P_6P_5$  (красный). В них необходимо также произвести проверку на условие Делоне.

В результате построения триангуляции Делоне получен связный граф объекта, то есть граф объекта с одной компонентой связности, что гарантирует хотя бы один путь между любыми двумя вершинами графа. Полученный граф объекта хранится как список инцидентности  $L = (P_i, P_j)$ , где  $P_i$  и  $P_j$  – вершины графа, а  $(P_i, P_j)$  – пара вершин, соединенных ребром. Граф объекта изображен на рисунке 7.

Вершины графа объекта задают координаты поверхности некоторой местности. Вершины графа соединены рёбрами. Это дает возможность определенного передвижения по графу. Ребра имеют веса: длину, которая показывает, какое расстояние будет преодолено при переходе из одной вершины в другую. Расстояние между двумя вершинами  $P_i$  и  $P_j$  в простейшем случае (без учета сложности препятствий и затрат на передвижения) предлагается рассчитывать как норму вектора в Евклидовом пространстве следующим образом:

$$d = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}. \quad (2)$$

Построенный граф позволяет анализировать пути между заданными точками объекта. В частности, важнейшей задачей, связанной с эвакуацией, является нахождение кратчайших путей. Для нахождения кратчайшего пути в полученном гра-

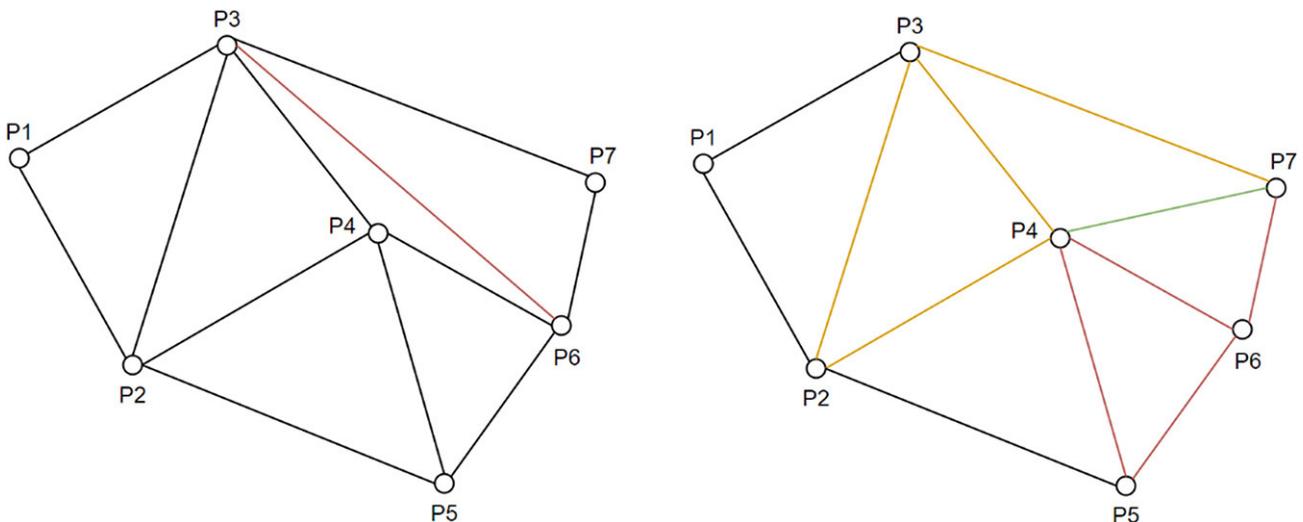


Рисунок 6 – Перестроение треугольников и рекурсивная проверка

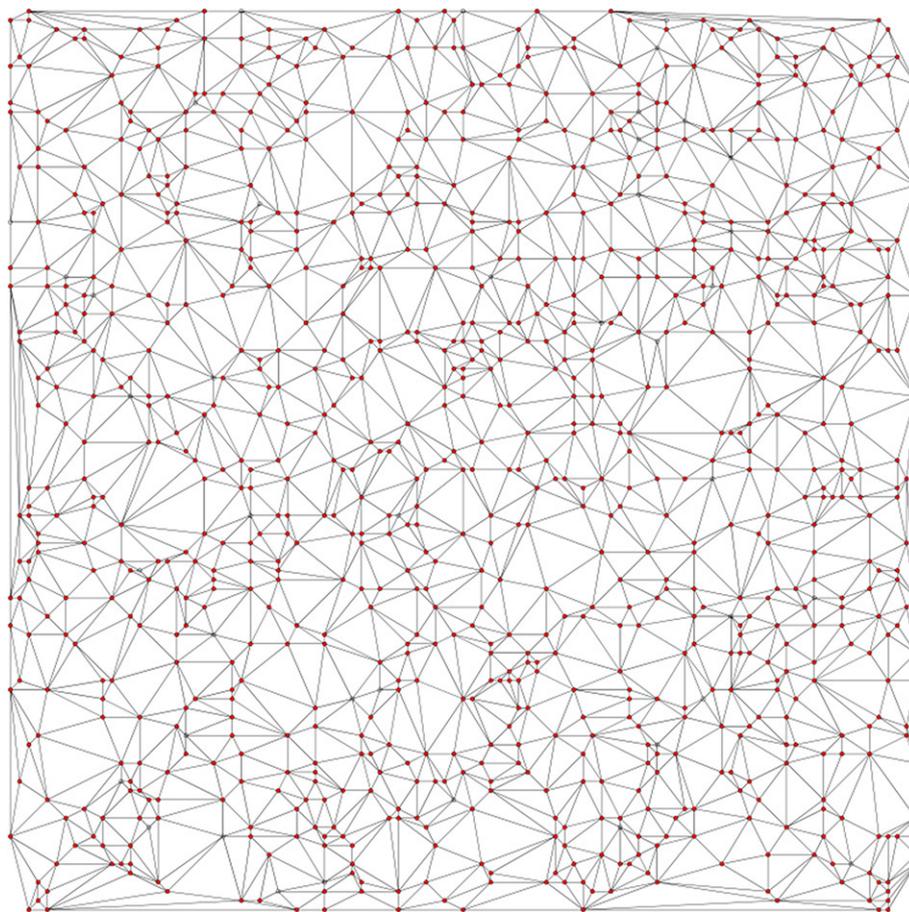


Рисунок 7 – Граф объекта, созданный алгоритмом триангуляции

фе в дальнейшем планируется использовать алгоритм  $A^*$  [9, 10].

#### Заключение

Для реализации агентной модели эвакуации из карьеров и т.п. необходимо иметь информа-

цию обо всей поверхности зоны чрезвычайной ситуации и возможности перемещения на ней. В данной статье предложен вариант построения графа, на котором в будущем предполагается перемещение агентов для моделирования эвакуации в условиях чрезвычайной ситуации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов, В.Н. Имитационное моделирование: учебно-методическое пособие / В.Н. Михайлов // Орел: Издательство ОФ РАНХиС, 2015. – 164 с.
2. Акопов А.С. Агентное моделирование: учебно-методическое пособие/ А.С. Акопов, Н.К. Хачатрян. Москва: ЦЭМИ РАН, 2016. – 76 с.
3. Скворцов А.В., Сарычев Д.С. Технология построения и анализа топологических структур для геоинформационных систем и систем автоматизированного проектирования // Вестник Томского государственного университета. – Томск: Изд-во ТГУ, 2002, Т.243. – С. 60-63.
4. Скворцов А.В., Мирза Н.С. Алгоритмы построения и анализа триангуляции. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. – 168 с.
5. Хашин С.И. Триангуляция Делоне. – Текст: электронный // URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/Khashin/cutil/delaunay.html> (дата обращения: 15.06.2021).
6. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и её применение. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с.
7. Триангуляция Делоне. – Текст: электронный // Викиконспекты: [сайт]. – URL: [https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Триангуляция\\_Делоне](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Триангуляция_Делоне) (дата обращения: 11.10.2021).
8. Алгоритм триангуляции Делоне методом заматающей прямой. – Текст: электронный // Хабр: [сайт]. – URL: <https://habr.com/ru/post/445048/> (дата обращения: 30.10.2021).
9.  $A^*$  SearchAlgorithm. – Текст: электронный // GeeksforGeeks: [сайт]. – URL: <https://www.geeksforgeeks.org/a-search-algorithm/> (дата обращения: 23.11.2021).
10. Introduction to  $A^*$ . – Текст: электронный // Stanford University: [сайт]. – URL: <http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/AStarComparison.html> (дата обращения: 26.11.2021).

**Делоне триангуляциясының алгоритмі негізінде аумақтық объектілер туралы деректер алу**<sup>1</sup>**КИМ Евгений Николаевич**, магистрант, *evgenii\_kim2010@mail.ru*,<sup>1</sup>**ЯВОРСКИЙ Владимир Викторович**, т.ф.д., профессор, *yavorskiy-v-v@mail.ru*,<sup>1</sup>**\*КЛЮЕВА Елена Георгиевна**, аға оқытушы, *e.klyueva@kstu.kz*,<sup>2</sup>**ЕСМАГАМБЕТОВА Маржан Муратовна**, докторант, *marzhan1983@mail.ru*,<sup>1</sup>«Әбілқас Сағынов атындағы Қарағанды техникалық университеті» КеАҚ, Қазақстан, Қарағанды, Н. Назарбаев даңғылы, 56,<sup>2</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, Нұр-Сұлтан, Сәтпаев көшесі, 2,

\*автор-корреспондент.

**Аңдатпа.** Мақалада туындаған жағдайларды ақпараттық-аналитикалық модельдеуге арналған аумақтық объектілерді сипаттау саласындағы зерттеулердің нәтижелері келтірілген. Зерттеудің мақсаты – тау-кен кәсіпорындарында төтенше жағдайлар туындаған кезде шешімдер қабылдауды қолдаудың ақпараттық жүйесін әзірлеу мүмкіндігін талдау. Модельденген эвакуациялық нысанның негізі ретінде GPS қабылдағышпен және геопозициялау жүйесі бапталған камерамен жабдықталған пилотсыз ұшу аппараттарынан (ПҰА) аэрофототүсірілім көмегімен алынған Қарағанды облысының тау-кен өндіру объектісінің беті қабылданды. Agisoft Metashape Professional бағдарламалық жасақтамасында 3D нүктелік бұлтты цифрландыру және алу жүргізілді. Эвакуация мәселелерін шешуге арналған ақпараттық базаны дайындау үшін триангуляция Делоне алгоритмі іске асырылды, ол түзу сызық әдісімен салынған. Мақалада эвакуациялық объектінің графигін алу алгоритмі егжей-тегжейлі сипатталған. Графтың шыңдары ретінде үш өлшемді кеңістіктің алынған нүктелері қолданылды. Алгоритмде объектілердің екі түрі бар: нүкте және үшбұрыш. Делоне жағдайын тексеру ретінде жаңадан құрылған төртбұрыштарды сипатталған шеңбермен теңдеу арқылы тексеру қолданылды. Алынған бағандағы ең қысқа жолдарды іздеу үшін авторлар бұдан әрі A\* алгоритмін қолдануды ұсынады.

**Кілт сөздер:** модельдеу, эвакуация, эвакуациялық модель, Делоне триангуляциясы, байланыс графигі, алгоритм, Делоне шарты.

**Obtaining Data on Territorial Objects Based on the Delone Triangulation Algorithm**<sup>1</sup>**KIM Yevgeniy**, master student, *evgenii\_kim2010@mail.ru*,<sup>1</sup>**YAVORSKIY Vladimir**, Dr. of Tech. Sci., Professor, *yavorskiy-v-v@mail.ru*,<sup>1</sup>**\*KLYUYEVA Yelena**, Senior Lecturer, *e.klyueva@kstu.kz*,<sup>2</sup>**YESMAGAMBETOVA Marzhan**, doctoral student, *marzhan1983@mail.ru*,<sup>1</sup>NPISC «Abylqas Saginov Karaganda Technical University», Kazakhstan, Karaganda, N. Nazarbayev Avenue, 56,<sup>2</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Kazakhstan, Nur-Sultan, Satpayev Street, 2,

\*corresponding author.

**Abstract.** The article presents the results of research in the field of describing territorial objects for information-analytical modeling of emerging situations. The purpose of the study is to analyze the possibility of developing an information system for decision support in case of emergencies at mining enterprises. The simulated evacuation facility was based on the surface of a mining facility in the Karaganda region, obtained using aerial photography from unmanned aerial vehicles (UAVs) equipped with a GPS receiver and a camera with a tuned geolocation system. Digitization and acquisition of 3D terrain point clouds were performed in Agisoft Metashape Professional software. To prepare an information base for solving evacuation problems, the Delaunay triangulation algorithm was implemented, built according to the sweeping line method. The article describes in detail the algorithm for obtaining the graph of the evacuation object under consideration. The obtained points of three-dimensional space were used as the vertices of the graph. There are two types of objects in the algorithm: point and triangle. As a check of the Delaunay condition, the check of the newly formed quadrangles is applied through the equation of the circumscribed circle. To find the shortest paths in the resulting graph, the authors propose to use the A\* algorithm in the future.

**Keywords:** modeling, evacuation, evacuation model, Delaunay triangulation, connected graph, algorithm, Delaunay condition.

REFERENCES

1. Mihajlov, V.N. Imitacionnoe modelirovanie: uchebno-metodicheskoe posobie / V.N. Mihajlov // Orel: Publ. OF RANHGis, 2015. – 164 p.
2. Akopov A.S. Agentnoe modelirovanie: uchebno-metodicheskoe posobie/ A.S. Akopov, N.K. Hachatryan. Moscow: CEMI RAN, 2016. – 76 p.
3. Skvorcov A.V., Sarychev D.S. Tekhnologiya postroeniya i analiza topologicheskikh struktur dlya geoinformacionnyh sistem i sistem avtomatizirovannogo proektirovaniya // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. – Tomsk: Publ. TGU, 2002, T. 243. – pp. 60-63.
4. Skvorcov A.V., Mirza N.S. Algoritmy postroeniya i analiza triangulyacii. – Tomsk: Publ. Tom. un-ta, 2006. – 168 p.
5. Hashin S.I. Triangulyaciya Delone. – Tekst: elektronnyj // URL: <http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/Khashin/cutil/delaunay.html> (data obrashcheniya: 15.06.2021).
6. Skvorcov A.V. Triangulyaciya Delone i eyo primeneniye. – Tomsk: Publ. Tom. un-ta, 2002. – 128 p.
7. Triangulyaciya Delone. – Tekst: elektronnyj // Vikikonspekty: [sajt]. – URL: [https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Triangulyaciya\\_Delone](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Triangulyaciya_Delone) (data obrashcheniya: 11.10.2021).
8. Algoritm triangulyacii Delone metodom zametayushchej pryamoj. – Tekst: elektronnyj // Habr: [sajt]. – URL: <https://habr.com/ru/post/445048/> (data obrashcheniya: 30.10.2021).
9. A\* SearchAlgorithm. – Tekst: elektronnyj // GeeksforGeeks: [sajt]. – URL: <https://www.geeksforgeeks.org/a-search-algorithm/> (data obrashcheniya: 23.11.2021).
10. Introduction to A\*. – Tekst: elektronnyj // Stanford University: [sajt]. – URL: <http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/AStarComparison.html> (data obrashcheniya: 26.11.2021).