

# Методика обработки сигналов источника, излучаемых георадаром

<sup>1</sup>ТОКСЕИТ Динара Куандыққызы, докторант, dicow1@mail.ru,

<sup>1\*</sup>ИСКАКОВ Казизат Такуадинович, д.ф.-м.н., профессор, kazizat@mail.ru,

<sup>1</sup>БОРАНБАЕВ Самат Акшабаевич, старший преподаватель, boranbaev\_sa@mail.ru,

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан, 010008, Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2,

\*автор-корреспондент.

**Аннотация.** В работе рассматривается алгоритм восстановления табличного значения источника на данных георадара серии Лоза-В. Рассмотрена математическая модель уравнения геоэлектрики в цилиндрической системе координат. Для восстановления источника эксперименты проводились на участке «чистый песок», с известными геофизическими свойствами: диэлектрической проницаемости, проводимости. При таком выборе модели среды рассматриваемое уравнение геоэлектрики сводится к дифференциальному уравнению Риккати, для которой получим явное аналитическое решение, связывающее спектр функции реальных данных радара и спектр функции, описывающей источник. Применяя обратное преобразование Фурье по вычисленному спектру источника, восстановлен источник в табличном формате. Проведены экспериментальные исследования при различных расположениях антенны георадара «Лоза-В». Результаты численных расчетов показывают эффективность математической модели по восстановлению источника.

**Ключевые слова:** уравнение геоэлектрики, георадар, математическая модель, цилиндрическая система координат, уравнения Риккати, метод послойного пересчета, обратное преобразование Фурье, экспериментальные исследования, спектр трассы радарограммы, спектр источника.

## Введение

Электромагнитные методы исследования поверхностных структур применяются для поиска и неразрушающего исследования полезных ископаемых в геологии, контроля и диагностики объектов в области строительства, в задачах археологии и во многих областях естествознания. Для исследования используются специальные геофизические приборы (георадары). Теоретические основы и практическое применение для решения такого сорта задач георадиолокации описаны в работе [1].

Георадары имеют встроенное программное обеспечение, выходная информация которого представляет собой радарограмму. На практике для интерпретации радарограмм используют методику подбора, суть которой состоит в сравнении полученных радарограмм с имеющимися в базе стандартными видами, а также дополнительными расчетами, основанными на теории распространения волн в среде.

С другой стороны, существует иное направление интерпретации радарограмм, а именно математическое и компьютерное моделирование процесса распространения и отражения электромагнитных волн в среде. Радарограмма несет

информацию о времени пробега до неоднородности, а на практике возникает интерес определить физические характеристики неоднородности.

При георадарных исследованиях известные данные измерения, полученные приемником, являются откликом среды в точке измерения как функции от времени пробега. В дальнейшем данные используются как дополнительная информация для решения обратных коэффициентных задач. Для решения обратной задачи используем методы оптимизации, суть которой состоит в минимизации квадратичного функционала невязки рассчитанных и наблюдаемых полей (данные приемной антенны прибора).

При численном моделировании решения обратной коэффициентной задачи встает вопрос о табличном значении источника возмущения, а также табличного значения отраженных сигналов (откликов сред) в точках измерений. Для решения этих вопросов нами разработаны алгоритмы восстановления источника.

В случае отраженных электромагнитных сигналов к физическим характеристикам исследуемых объектов относятся: диэлектрическая и магнитная проницаемость, проводимость сред. Теоретические основы и вопросы численного ме-

тогда решения обратных задач для уравнения геоэлектрики подробно освещены в монографии С.И. Кабанихина [2]. Применение оптимизационных методов для решения коэффициентных обратных задач для дифференциальных уравнений и численных методов их решения изложены в монографии К.Т. Исакова и др. [3].

Целью георадарных исследований является определение электрических свойств среды. В рамках нашей модели нам нужно восстановить функцию удельной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(z)$  в зависимости от глубины  $z$ . Как показано в [4], знание функции источника  $\Phi(t)$  сигнала, поступающего в среду, позволяет на основе измерений напряженности поля на поверхности среды приближенно определить функцию скорости распространения волны  $v(z)$ . Далее функция удельной диэлектрической проницаемости вычисляется через скорость  $c(z)$  по известной формуле

$$\varepsilon(z) = \mu_0^{-1} v^{-2}(z).$$

Здесь  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м есть коэффициент удельной магнитной проницаемости, который мы полагаем постоянным во всем пространстве.

В использованных нами георадарах функция источника не была заранее известна. Поэтому, прежде чем определять распределение диэлектрической проницаемости среды, необходимо было найти функцию  $\Phi(t)$ . Поэтому по данным георадара, полученным на однородной среде в виде чистого песка, сначала определяется функция источника [5], а затем по методу [4] вычисляется распределение  $v(z)$  и соответствующее распределение диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(z)$ . Применение инженерно-технических приемов по определению геоэлектрического разреза: диэлектрической и магнитной проницаемости; проводимости и глубины залегания неоднородности посвящены работы [6]-[9].

В работе [10] исследована обратная задача в частотной области и представлен численный алгоритм решения обратной задачи для уравнения Гельмгольца.

Для случая слоистых сред широкое распространение получил метод послойного пересчета. Далее идея послойного пересчета была реализована в следующем виде. Дифференциальные уравнения могут быть сведены с помощью специальной замены функций к дифференциальному уравнению Риккати, решение которой могут быть записаны в аналитическом виде [11].

Нами рассматривается уравнение геоэлектрики, в цилиндрической системе координат в частотной области. Рассматриваемые уравнения сведены с помощью специальной замены функций к дифференциальному уравнению Риккати.

Проведены экспериментальные исследования на лабораторном полигоне с использованием прибора «Лоза-В». Реальные данные использованы для численного расчета по определению фор-

мы и табличного значения излучаемого сигнала. В работе используются также методика по восстановлению сигналов по спектру на основе применения Фурье преобразований, как в работе [3].

## 1. Методика обработки сигналов

Процесс распространения электромагнитных волн в среде описывается системой уравнения Максвелла. При специальном выборе источника возмущения и при предположении, что функции, описывающие геоэлектрический разрез, зависят от глубины, то в таком случае система уравнений Максвелла упростится и мы имеем постановку задачи для уравнения геоэлектрики [2].

Введем в рассмотрение уравнение геоэлектрики в цилиндрической системе координат

$$\varepsilon u_{tt} + \sigma u_t = \frac{1}{\mu} \left( u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + u_{zz} \right) + \frac{1}{r} \delta(r) \times \times \delta(z - z_*) g(t). \quad (1)$$

Положим, что что поле находится до возмущения в состоянии покоя, тогда начальные условия, имеют вид:

$$u(0, x, y, z) = 0, \quad u_t(0, x, y, z) = 0. \quad (2)$$

Считаем, что  $\partial u / \partial r$  при  $r=0$  – ограничена.

Здесь принятые обозначения:  $u$  – горизонтальная компонента вектора электрической напряженности;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость;  $\mu$  – магнитная проницаемость;  $\sigma$  – проводимость,  $g(t)$  – источник.

Пусть

$$\vartheta(\nu, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \int_0^{\infty} u(r, z, t) r J_0(\nu r) dr dt.$$

Под интегралом  $J_0$  функция Бесселя.

Тогда, после несложных вычислений, задача (1)-(2) примет вид:

$$\vartheta_{zz} - k^2(z) \vartheta = \delta(z - z_*) \bar{g}(\omega), \quad (3)$$

$$[\vartheta_z]_0 = 0, \quad [\vartheta]_0 = 0. \quad (4)$$

Поступая стандартном образом, с учетом определения обобщенной производной  $\vartheta_z = \{\vartheta_z\} + [\nu]_* \delta(z - z_*)$ , задача (3)-(4), примет вид:

$$\vartheta_{zz} - k^2(z) \vartheta = 0, \quad (5)$$

$$[\vartheta_z]_0 = 0, \quad [\vartheta]_0 = 0, \quad (6)$$

$$[\vartheta_z]_{z_*} = \hat{g}(\omega), \quad [\vartheta]_{z_*} = 0. \quad (7)$$

Здесь принятые обозначения:  $k^2 = \nu^2 - \omega^2 \varepsilon \mu + i \omega \mu \sigma$ ,  $\vartheta(r_0, 0, \omega)$  – функция частотного распределения сигнала.

Используя технику работ [11], запишем уравнение Риккати:

$$\vartheta_z = s \vartheta \Rightarrow s' + s^2 = k^2, \quad z \in (-\infty, z_*], \quad z \in [0, \infty), \quad (8)$$

$$s(z) = k_0,$$

$$s(z) = -k_1 = s^0.$$

и окончательно получим:

$$\vartheta(n_0, 0, \omega) = -\hat{g}(\omega) \times \int_0^\infty \frac{\nu J_0(\nu n_0)}{\sqrt{\nu^2 - (\omega^2 \mu_0 \epsilon_1 - i\omega \mu_0 \sigma_1)} + \sqrt{\nu^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0}} d\nu. \quad (9)$$

## 2. Экспериментальные исследования

Экспедиция под руководством профессора ЕНУ имени Л.Н Гумилева Исакова К.Т., а также старшего преподавателя Боранбаева С.А., докторанта Токсеит Д.К. провела эксперименты на лабораторном полигоне (песчаный карьер ТОО «Нурсат»), находящейся в 68 км от города Нур-Султан по Кургальджинской трассе. Для задачи восстановления источника выбрали участок – «чистый песок», с известными геоэлектрическими характеристиками.

Проведены экспериментальные измерения с применением георадара серии «Лоза-В».

На рисунке 1 приведен участок «чистый песок» и процесс измерения членами экспедиции.

Задача исследования состоит: в геофизическом обследовании структуры однородного чистого песка; моделировании источника импульса от прибора Лоза-В, определении спектральных характеристик сигналов, излучаемых антенной.

Для измерения выбран однородный участок – «чистый песок», как показано на рисунке 1, размечена область измерения с размерами 8 метров в ширину и в длину. Проведены эксперименты, для отличия здесь и в дальнейшем обозначим их:

- Эксперимент 1: Источник георадара помещен в центре, а антенна располагалась на расстоянии 4 метра;

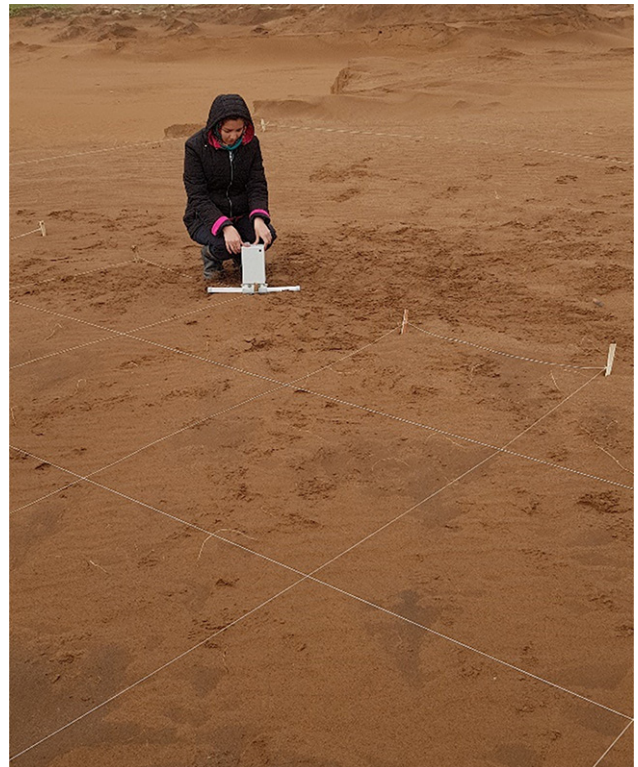


Рисунок 1 – Измерения прибором георадара «Лоза-В»

- Эксперимент 2: Источник помещен в центре, а антенна располагалась на расстоянии 3 метра;

Графики трасс или, иначе говоря, отклики среды представлены на рисунках 2-3. Частота дискретизации АЦП георадара серии: «Лоза-В» 2000

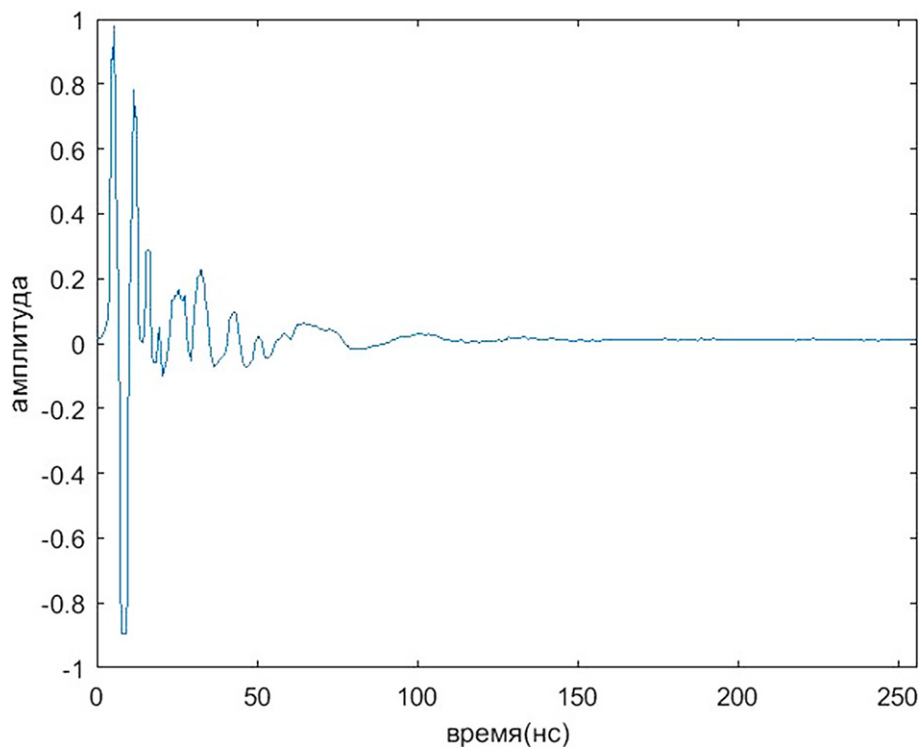


Рисунок 2 – Отклик среды в результате эксперимента 1

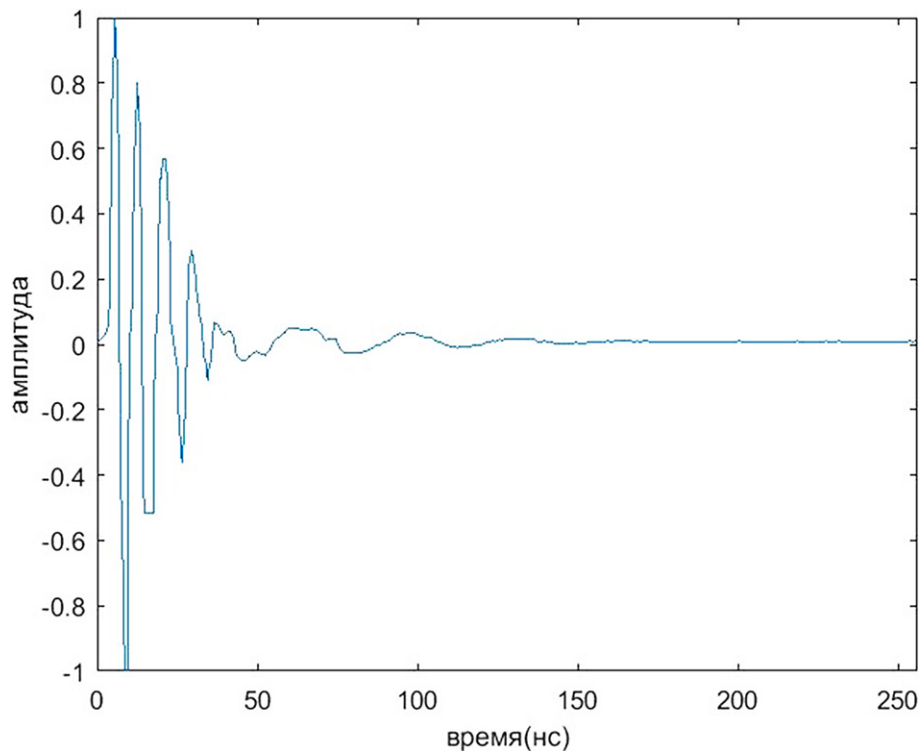


Рисунок 3 – Отклик среды в результате эксперимента 2

МГц. Количество отсчетов равно 512. Временной интервал 0-256 нс. Данные радарограммы, имеющие свой формат, переведены в текстовый формат табличных значений сигналов.

Обработка сигнала: сигналы, полученные от георадара серий «Лоза-В», выдаются в формате «geo». Для получения анализа и визуализации сигнала необходимо перейти от бинарного формата файла «geo» в формате «txt». Преобразованный файл «txt» состоит из трех колонок:  $x$ ,  $t$ , Alg. Здесь:  $x$  – номер данных, полученных от каждой точки, по умолчанию  $x=0...10$ ;  $T$  – time,  $T_0=0$  нс,  $T_{512}=255,5$  нс, с шагом 0,5 нс; Alg – значения амплитуды.

Для кодирования значения амплитуды аналогового сигнала обычно используется 8 или 16-битное представление значений амплитуды. Если при оцифровке используется 8-битное кодирование, то измерения амплитуды аналогового сигнала будут производиться с точностью до 1/256 от динамического диапазона цифрового устройства (8 бит позволяют представить 28 чисел – 256), т.е. цифровой сигнал в такой кодировке – это набор чисел от 0 до 255 (или – 128 до 127). Такая точность недостаточна для достоверного восстановления исходного сигнала: будут велики нелинейные искажения. Если повысить разрядность представления значений амплитуды аналогового сигнала до 16 бит, то точность измерения возрастет до 265 раз. 16 бит позволяют закодировать  $2^{16}=65536$  значений амплитуды, т.е. цифровой сигнал – это набор чисел от 0 до 65535 (или –32768 до 32767). Такая точность кодирования позволяет нелиней-

ные искажения свести к минимуму. Цифровой сигнал не имеет общепринятых единиц измерений, а представляет из себя безразмерный набор чисел.

На рисунке 2 представлено графическое изображение отклика эксперимента 1.

Отклик среды, полученных по измерениям эксперимента 2, приведен на рисунке 3.

### 3. Численные расчеты

Спектр трассы радарограммы, эксперимента 1 (отклика среды), представлен на рисунке 4.

Частотная шкала графика изменяется от 0 до 1000 МГц. Модуль значений частотного распределения сигнала  $\nu(r_0, 0, \omega)$  эксперимента 2 изображен на рисунке 5.

Имея спектры трассы радарограмм, принимая во внимание формулу (9), получим:

$$\vartheta(r_0, 0, \omega) = -\hat{g}(\omega_i) \times \int_0^\infty \frac{\nu J_0(\nu r_0)}{\sqrt{\nu^2 - (\omega_i^2 \mu_0 \epsilon_1 - i\omega_i \mu_0 \sigma_1)} + \sqrt{\nu^2 - \omega_i^2 \mu_0 \epsilon_0}} d\nu, \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, n/2.$$

Интеграл от комплексной функции в уравнении (10) запишем иначе:

$$\int_0^\infty \frac{\nu J_0(\nu r_0)}{\sqrt{\nu^2 - (\omega^2 \mu_0 \epsilon_1 - i\omega \mu_0 \sigma_1)} + \sqrt{\nu^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0}} d\nu = \int_0^\infty f(\nu) d\nu. \quad (11)$$

Для численного вычисления интеграла (11)



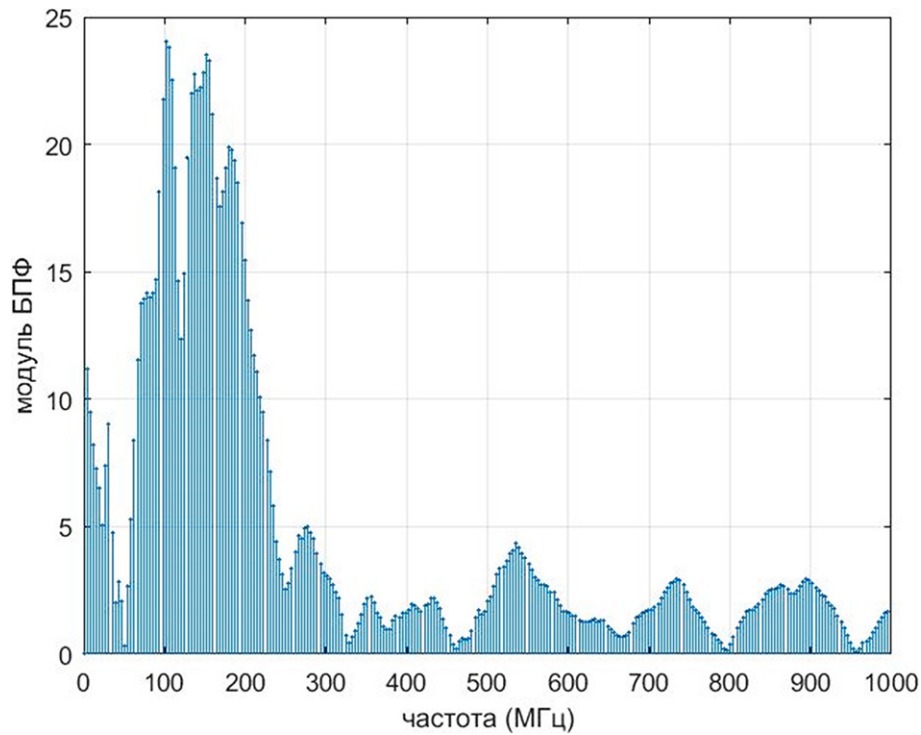


Рисунок 4 – Спектр трассы радарограммы, по данным эксперимента 1

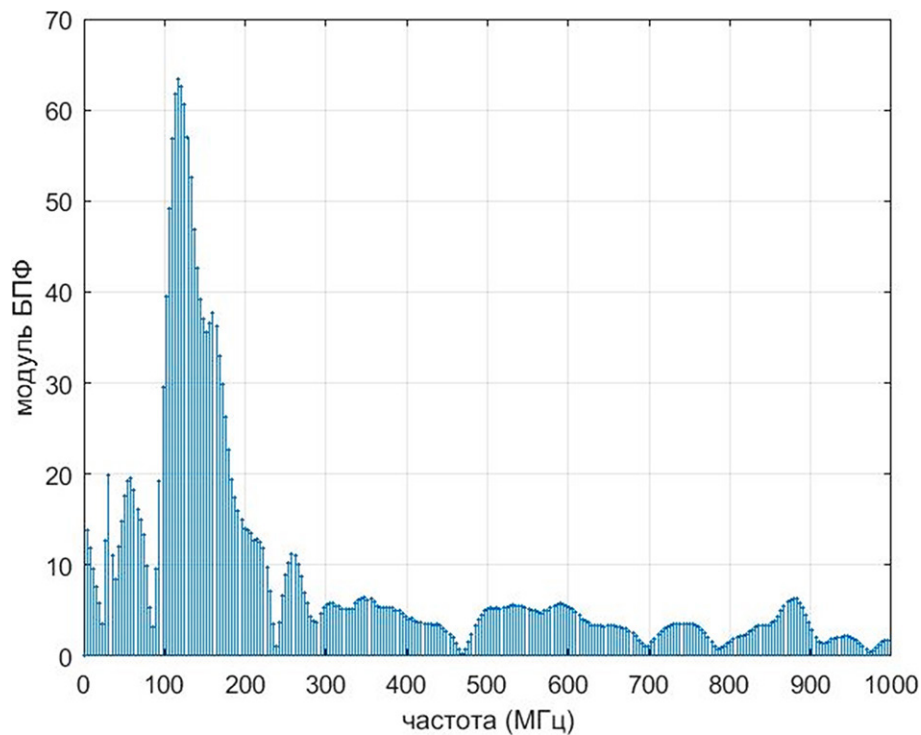


Рисунок 5 – Спектр трассы радарограммы, по данным эксперимента 2

применим итерационный метод прямоугольников (или трапеции).

$$\int_0^{\infty} f(\nu) d\nu \approx h \sum_{j=0}^{\infty} f(\nu_j). \quad (12)$$

Для вычисления выбираем заданную точность

$\varepsilon$  и требуем выполнения условия  $|f(\nu_j)| < \varepsilon$ .

Для проведения численных расчетов рассмотрены следующие параметры:  $\varepsilon_0=1$ ,  $\varepsilon_1=5$ ,  $\mu_0=1$ ,  $r_0=1$ ,  $\sigma_1=1/500$ .

Графики спектра источника для экспериментов 1, 2 изображены на рисунках 6, 7.

Далее обратным преобразованием Фурье

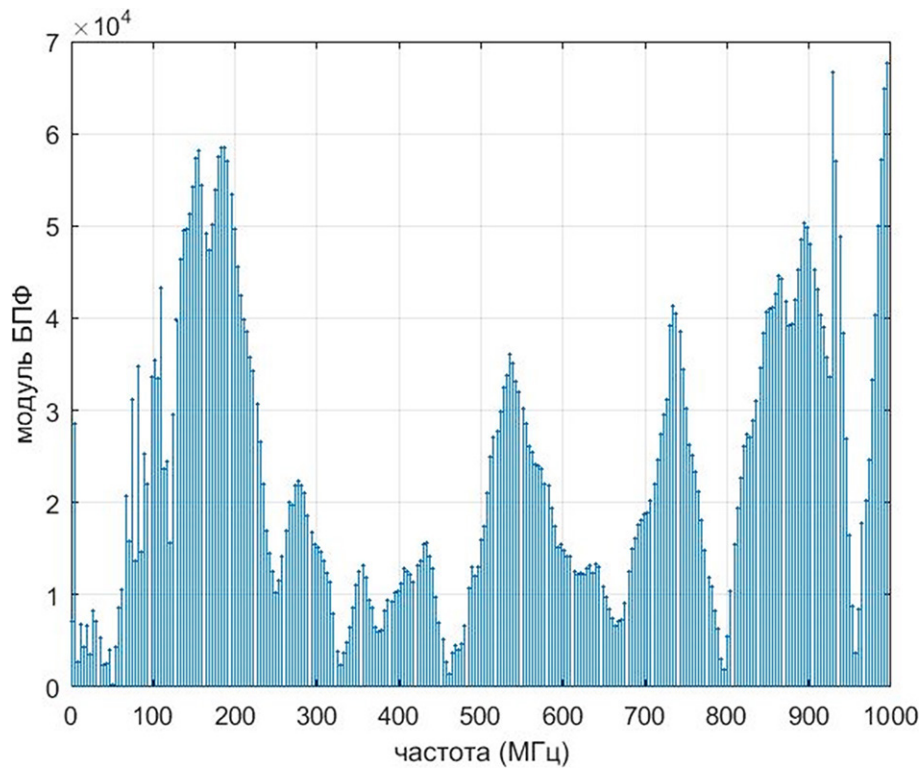


Рисунок 6 – Спектр источника сигнала, для эксперимента 1

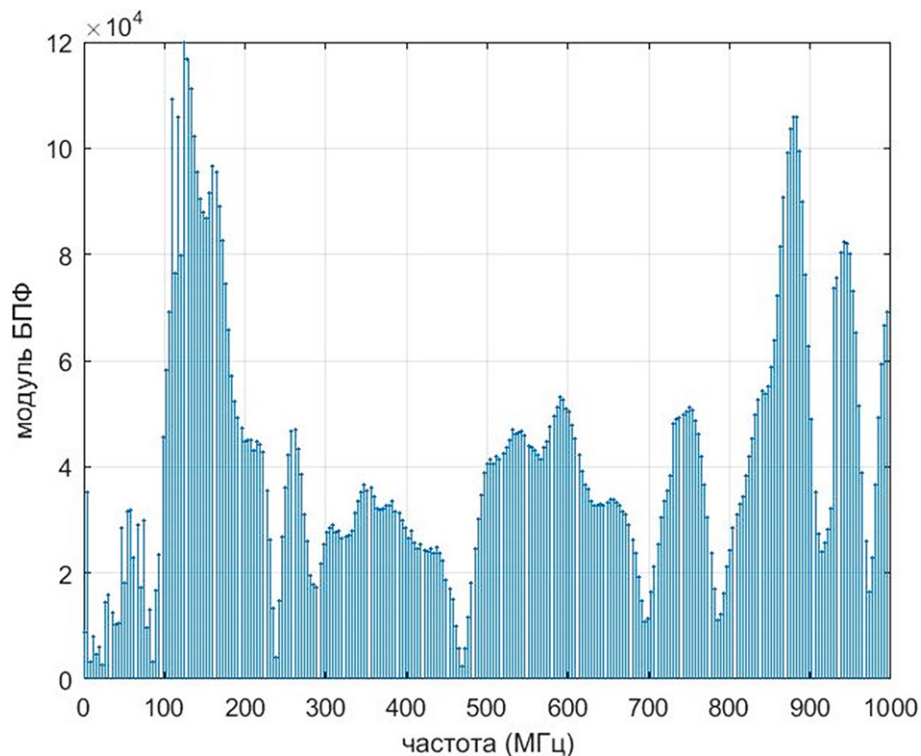


Рисунок 7 – Спектр источника сигнала, для эксперимента 2

спектра  $g(\omega)$  находим абсолютный сигнал источника (комплексный). График действительной части сигнала источника, в случае эксперимента 1, изображен на рисунке 8.

На рисунке 9 изображен график восстанов-

ленного источника при расположении антенны от источника на расстоянии 3 метра.

Графики восстановленного источника сигнала, по данным экспериментов 1, 2, пронормированы относительно максимального значения амплитуды

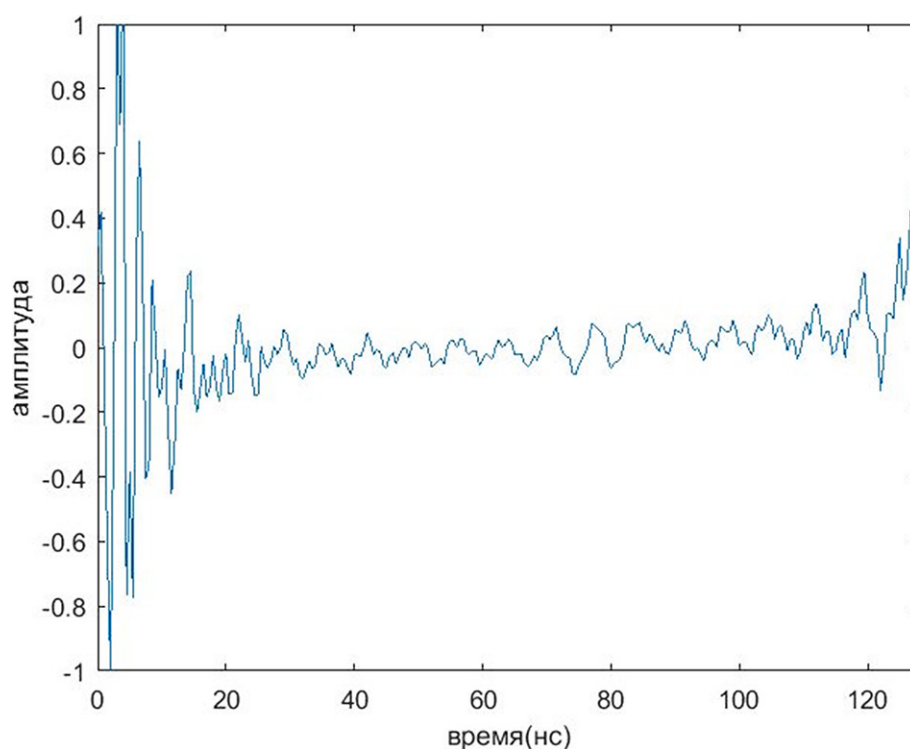


Рисунок 8 – График восстановленного источника сигнала, по данным эксперимента 1

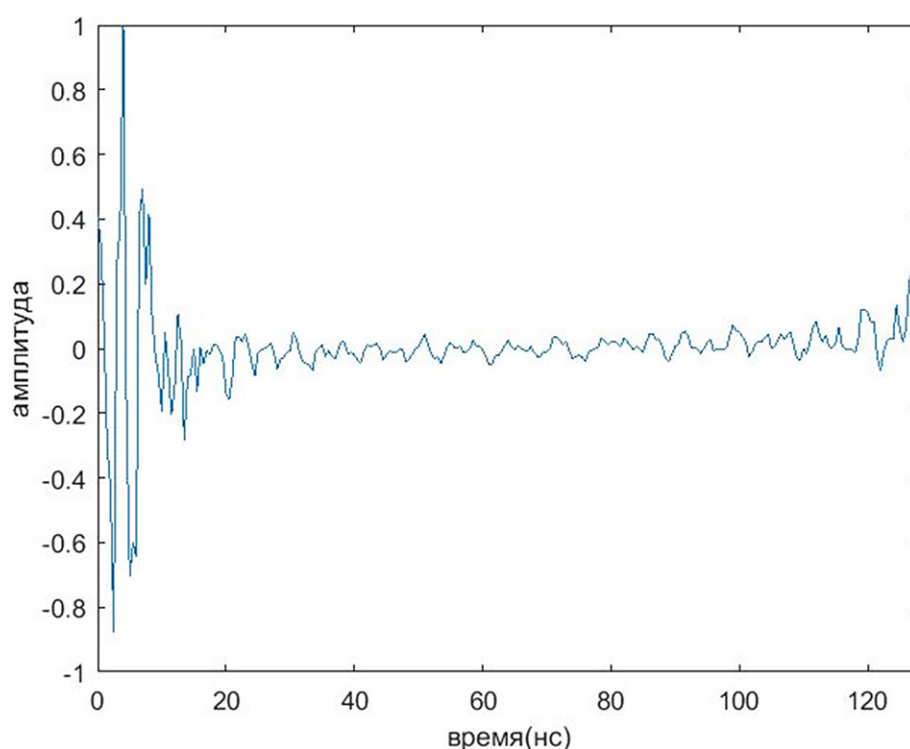


Рисунок 9 – График восстановленного источника сигнала, по данным эксперимента 2

ды. Табличные значения, например, для восстановленного источника представлены в таблице.

*Примечание:* Радарограмма георадара Лоза состоит из нескольких трасс (сеансов) приема сигналов, отраженных из подповерхностных объектов. Каждый сеанс состоит из 512 оцифрованных через

0,5 нс. значений полученного аналогового радиосигнала. Для работы взято только 256 значений. Остальная часть состоит из постоянных значений, соответствующий нулевому сигналу (в это время отраженный сигнал отсутствует). Отраженный сигнал от подповерхностного объекта (источник)

Значения реальной части аналитического сигнала источника									
Время (нс)	Амплитуда сигнала	Время (нс)	Амплитуда сигнала	Время (нс)	Амплитуда сигнала	Время (нс)	Амплитуда сигнала	Время (нс)	Амплитуда сигнала
0	0.41222	26	0.0022012	52	-0.015352	78	0.004444	104	0.033918
0.5	0.32005	26.5	0.0065049	52.5	-0.031248	78.5	0.032455	104.5	0.045971
1	0.051549	27	0.018683	53	-0.024771	79	0.023661	105	0.0023447
1.5	-0.30786	27.5	-0.016945	53.5	-0.046523	79.5	0.010792	105.5	0.0048865
2	-0.43065	28	-0.064489	54	-0.022749	80	0.018591	106	0.022155
2.5	-0.87448	28.5	-0.033254	54.5	0.0052718	80.5	0.020846	106.5	0.046142
3	0.26126	29	-0.029707	55	0.018864	81	0.016516	107	0.02793
3.5	0.38089	29.5	-0.010807	55.5	0.0039729	81.5	0.0042167	107.5	0.040348
4	0.99998	30	-0.0075702	56	0.0015844	82	0.031705	108	0.0518
4.5	-0.21208	30.5	0.050918	56.5	0.0075724	82.5	0.022852	108.5	0.0083421
5	-0.70291	31	0.027523	57	-0.014573	83	0.0085324	109	-0.02894
5.5	-0.6008	31.5	-0.015726	57.5	-0.0086643	83.5	-0.0052298	109.5	-0.036284
6	-0.6424	32	-0.041939	58	-3.2443e-05	84	0.0062893	110	0.00059992
6.5	0.40698	32.5	-0.046007	58.5	0.025789	84.5	7.0556e-05	110.5	-0.015228
7	0.49229	33	-0.050068	59	0.0055018	85	-0.010721	111	0.022576
7.5	0.19619	33.5	-0.06837	59.5	0.0076161	85.5	0.019549	111.5	0.064332
8	0.41766	34	-0.0086976	60	-0.0042262	86	0.044177	112	0.084714
8.5	0.094352	34.5	0.0031367	60.5	-0.023349	86.5	0.046793	112.5	0.041163
9	-0.024274	35	0.010039	61	-0.050825	87	0.02591	113	0.021469
9.5	-0.083419	35.5	-0.024157	61.5	-0.049113	87.5	0.029401	113.5	0.040484
10	-0.19403	36	-0.006622	62	-0.021714	88	0.0055978	114	0.0050058
10.5	0.048626	36.5	-0.023049	62.5	-0.02041	88.5	-0.029823	114.5	0.0032145
11	-0.065349	37	-0.030863	63	-0.0061067	89	-0.039954	115	0.014557
11.5	-0.20443	37.5	-0.0053281	63.5	0.011438	89.5	-0.01832	115.5	0.065128
12	-0.12149	38	0.02373	64	0.024477	90	0.0063583	116	0.013955
12.5	0.10789	38.5	0.018533	64.5	0.0049148	90.5	0.011128	116.5	-0.0027844
13	0.019509	39	-0.018129	65	-0.0046685	91	0.046367	117	-0.00033149
13.5	-0.28473	39.5	-0.01009	65.5	0.0074987	91.5	0.053188	117.5	1.1261e-05
14	-0.088766	40	-0.019437	66	-0.0001979	92	0.04075	118	-0.013282
14.5	-0.080966	40.5	-0.036594	66.5	-0.0039473	92.5	0.0036303	118.5	0.017197
15	-0.00097561	41	-0.044084	67	-0.0096095	93	0.0044943	119	0.1197
15.5	-0.13412	41.5	-0.010462	67.5	0.0086118	93.5	-0.0023164	119.5	0.1196
16	0.0021463	42	0.012948	68	-0.013541	94	-0.015819	120	0.1114
16.5	-0.046069	42.5	0.0038947	68.5	-0.023879	94.5	0.00051927	120.5	0.080677
17	-0.0070991	43	0.012519	69	-0.024753	95	0.01727	121	0.081778
17.5	-0.018533	43.5	0.014224	69.5	-0.010663	95.5	0.026118	121.5	-0.023969
18	0.010276	44	0.00077268	70	-0.010479	96	-0.0078193	122	-0.067937
18.5	0.013621	44.5	-0.036366	70.5	9.3398e-05	96.5	-0.0014282	122.5	-0.011939
19	-0.002882	45	-0.018659	71	0.034355	97	-0.0028057	123	0.022935
19.5	-0.028721	45.5	-0.0076479	71.5	0.033907	97.5	-0.0045113	123.5	0.032758
20	-0.13922	46	-0.011046	72	0.026284	98	0.00061674	124	0.029455
20.5	-0.15701	46.5	-0.012204	72.5	0.011313	98.5	0.040611	124.5	0.1347
21	-0.085661	47	-0.002306	73	0.020745	99	0.072415	125	0.058571
21.5	0.034727	47.5	-4.0949e-05	73.5	-0.0064689	99.5	0.053118	125.5	0.022804
22	0.038034	48	-0.038985	74	-0.030131	100	0.050789	126	0.061802
22.5	0.021192	48.5	-0.035863	74.5	-0.025185	100.5	0.035108	126.5	0.21211
23	0.045877	49	-0.018383	75	-0.020842	101	0.020846	127	0.23489
23.5	0.0076195	49.5	0.0019767	75.5	-0.026891	101.5	-0.028024	127.5	0.24814
24	-0.041485	50	0.004295	76	-0.039033	102	-0.010518		
24.5	-0.085087	50.5	0.027737	76.5	-0.0094929	102.5	0.012406		
25	-0.012293	51	0.043966	77	-0.008026	103	0.022719		
25.5	-0.0058261	51.5	0.011379	77.5	0.00081993	103.5	0.021279		



находится обратным преобразованием Фурье, соответственно длина дискретного сигнала будет в 2 раза короче (т.е. состоит из 128 чисел).

### Закключение

В результате полученных расчетов исходный сигнал передающей антенны имеет широкий спектр (рисунки 6-7) и длительность зондирующего импульса составляет 0,5-1 нс (рисунки 8-9).

По найденным спектрам источника, с использованием обратных преобразований Фурье, восстановлен сам излучаемый источник в табличной форме. Методика восстановления источника проведена при различных местоположениях антенны приемника от антенны источника. Проведенные серии численных расчетов показывают эффективность рассматриваемой математической модели по восстановлению источника.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров П.Н. Теоретические основы георадарного метода. – Москва: Физматлит, 2017. – 112 с.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск: Сиб. Научное издательство. 2018. 511 с.
3. Исаков К.Т., Романов В.Г., Карчевский А.Л., Оралбекова Ж.О. Исследование обратных задач для дифференциальных уравнений и численных методов их решения. Астана: Изд-во ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2014. 181 с.
4. Mukanova B.G., Romanov V.G. Inverse source problem for wave equation and GPR data interpretation problem, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. Vol. 4(3), 2016, 15-28.
5. Mukanova B.G., Isakov K.T., Kembay A., Boranbaev S.A. Inverse Source Identification Problem for the Wave Equation: An Application for Interpreting GPR Data // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2020. – Vol.8. – issue 3., 78-91 p. – DOI:10.32523/2306-6172-2016-4-3-15-28.
6. Тоқсеит Д.Қ., Исаков К.Т., Кабанихин С.И., Шишленин М.А. Программа расчета математической модели по определению отклика среды и выявления неоднородности // Свидетельство о внесении сведений в государственный реестр прав на объекты, охраняемые авторским правом. – № 12894 от 28 октября 2020 года.
7. Токсеит Д.К., Боранбаев С.А., Оралбекова Ж.О., Нуржанова А.Б. Определения геоэлектрического разреза по георадарным данным // Вестник Восточно-Казахстанского государственного технического университета имени Д. Серикбаева / 2020. № 3. – 154-160 с.
8. Токсеит Д.К., Исаков К.Т., Боранбаев С.А. Интерпретации радарограмм геологического разреза на основе экспериментальных расчетных формул // Свидетельство о внесении сведений в государственный реестр прав на объекты, охраняемые авторским правом. – № 9319 от 20 апреля 2020 года.
9. S.I. Kabanikhin, K.T. Isakov, B.B. Sholpanbaev, M.A. Shishlenin, D.K. Tokseit. Development of a mathematical model for signal processing using laboratory data. Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. (2018). Vol. 92, no. 4. pp. 148-157.
10. Shishlenin, M.A., Kasenov, S.E., Askerbekova, Z.A. Numerical algorithm for solving the inverse problem for the Helmholtz equation. (2019). Communications in Computer and Information Science. Vol. 998. pp. 197-207.
11. Карчевский А.Л. Аналитические решения дифференциального уравнения поперечных колебаний кусочно-однородной балки в частотной области для краевых условий любого вида // Сиб. журн. индустр. матем., 23:4 (2020), 48-68; J. Appl. Industr. Math., 14:4 (2020), 648-665.

### Георадар шығаратын бастапқы сигналдарды өңдеу әдісі

<sup>1</sup>ТОКСЕИТ Динара Қуандыққызы, докторант, dicow1@mail.ru,

<sup>1</sup>\*ИСКАКОВ Казизат Такуадинович, ф.-м.ғ.д., профессор, kazizat@mail.ru,

<sup>1</sup>БОРАНБАЕВ Самат Акшабаевич, аға оқытушы, boranbaev\_sa@mail.ru,

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, 010008, Нұр-Сұлтан, Сәтпаев көшесі, 2,

\*автор-корреспондент.

**Аңдатпа.** Жұмыста Loza-V сериясының георадар деректері бойынша көздің кестелік мәнін қалпына келтіру алгоритмі қарастырылған. Цилиндрлік координаттар жүйесіндегі геоэлектриктердің теңдеуінің математикалық моделі қарастырылған. Көзді қалпына келтіру үшін белгілі геофизикалық қасиеттері бар «таза құм» учаскесінде эксперименттер жүргізілді: диэлектрлік өткізгіштік, өткізгіштік. Орташа үлгіні осындай таңдау кезінде қарастырылып отырған геоэлектрлік теңдеу Риккати дифференциалдық теңдеуіне келтіріледі. Ол үшін функцияның спектрін – нақты радар деректерін және көзді сипаттайтын функцияның спектрін байланыстыратын айқын аналитикалық шешім аламыз. Кері Фурье түрлендіруін көздің есептелген спектрлеріне қолдану арқылы көз кестелік форматта қайта құрылады. Эксперименттік зерттеулер Loza-V георадар антеннасының әртүрлі орындарында жүргізілді. Сандық есептеулердің нәтижелері көзді қалпына келтірудің математикалық моделінің тиімділігін көрсетеді.

**Кілт сөздер:** геоэлектрлік теңдеу, георадар, математикалық модель, цилиндрлік координаттар жүйесі, Риккати теңдеулері, қайта есептеу әдісі, кері Фурье түрлендіруі, тәжірибелік зерттеулер, радарграмма ізінің спектрі, бастапқы спектр.

# Technique for Processing Signals from a Source Emitted By a Georadar

<sup>1</sup>**TOKSEIT Dinara**, doctoral student, dicow1@mail.ru,

<sup>1\*</sup>**ISKAKOV Kazizat**, Dr. of Phys. and Math. Sci., Professor, kazizat@mail.ru,

<sup>1</sup>**BORANBAEV Samat**, Senior Lecturer, boranbaev\_sa@mail.ru,

<sup>1</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Kazakhstan, 010008, Nur-Sultan, Satpayev Street, 2,

\*corresponding author.

**Abstract.** The paper considers the algorithm for restoring the table value of the source on the data of the georadar of the Loza-V series. A mathematical model of the equation of geoelectrics in a cylindrical coordinate system is considered. To restore the source, experiments were carried out on the «clean sand» site, with known geophysical properties: dielectric constant, conductivity. With such a choice of the medium model, the geoelectrical equation under consideration is reduced to the Riccati differential equation. For which we will obtain an explicit analytical solution connecting the spectrum of the function - real radar data and the spectrum of the function describing the source. By applying the inverse Fourier transform over the calculated spectra of the source, the source is reconstructed in a tabular format. Experimental studies have been carried out at various locations of the Loza-V georadar antenna. The results of numerical calculations show the effectiveness of the mathematical model for source recovery.

**Keywords:** geoelectric equation, georadar, mathematical model, cylindrical coordinate system, Riccati equations, layer-by-layer recalculation method, inverse Fourier transform, experimental studies, radargram trace spectrum, source spectrum.

## REFERENCES

1. Aleksandrov P.N. Teoreticheskie osnovy georadarnogo metoda. – Moscow. Fizmatlit, 2017. – 112 p.
2. Kabanihin S.I. Obratnye i nekorrektnye zadachi. – Novosibirsk: Sib. Nauchnoe izdatel'stvo. 2018. 511 p.
3. Isakov K.T. Romanov V.G., Karchevskij A.L., Oralbekova ZH.O. Issledovanie obratnyh zadach dlya differencial'nyh uravnenij i chislennyh metodov ih resheniya. Astana: Publ. ENU im. L.N. Gumileva, 2014. 181 p.
4. Mukanova B.G., Romanov V.G. Inverse source problem for wave equation and GPR data interpretation problem, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. Vol. 4(3), 2016, 15-28.
5. Mukanova B.G., Isakov K.T., Kembay A., Boranbaev S.A. Inverse Source Identification Problem for the Wave Equation: An Application for Interpreting GPR Data // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2020. – Vol.8. – issue 3., 78-91 p. – DOI:10.32523/2306-6172-2016-4-3-15-28.
6. Tokseit D.K., Isakov K.T., Kabanihin S.I., Shishlenin M.A. Programma rascheta matematicheskoy modeli po opredeleniyu otklika sredy i vyyavleniya neodnorodnosti // Svidetel'stvo o vnesenii svedenij v gosudarstvennyj reestr prav na ob"ekty, ohranyaemye avtorskim pravom. – No. 12894 ot 28 oktyabrya 2020 goda.
7. Tokseit D.K., Boranbaev S.A., Oralbekova ZH.O., Nurzhanova A.B. Opredeleniya geoelektricheskogo razreza po georadarnym dannym // Vestnik Vostochno-Kazhstanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni D. Serikbaeva / 2020, no. 3. – pp. 154-160.
8. Tokseit D.K., Isakov K.T., Boranbaev S.A. Interpretacii radarogramm geologicheskogo razreza na osnove eksperimental'nyh raschetnyh formul // Svidetel'stvo o vnesenii svedenij v gosudarstvennyj reestr prav na ob"ekty, ohranyaemye avtorskim pravom. – No. 9319 ot 20 aprelya 2020 goda.
9. S.I. Kabanikhin, K.T. Isakov, B.B. Sholpanbaev, M.A. Shishlenin, D.K. Tokseit. Development of a mathematical model for signal processing using laboratory data. Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. (2018). Vol. 92, no. 4. pp. 148-157.
10. Shishlenin, M.A., Kasenov, S.E., Askerbekova, Z.A. Numerical algorithm for solving the inverse problem for the Helmholtz equation. (2019). Communications in Computer and Information Science. Vol. 998. pp. 197-207.
11. Karchevskij A.L. Analiticheskie resheniya differencial'nogo uravneniya poperechnykh kolebanij kusochno-odnorodnoy balki v chastotnoj oblasti dlya kraevykh uslovij lyubogo vida // Sib. zhurn. industr. matem., 23:4 (2020), 48-68; J. Appl. Industr. Math., 14:4 (2020), 648-665.