DOI 10.52209/1609-1825_2022_1_258 ӘОЖ 519.71

Сызықты емес жүйелерді кері байланыс арқылы басқару мәселелері: шолу және талдау

[1]**АЛИМХАН Килан,** *PhD, профессор, keylan@live.jp,*
[2]**ТАСБОЛАТҰЛЫ Нұрболат,** *PhD, tasbolatuly@gmail.com,*
[1]***АЛИШЕВА Сандугаш Салхудиновна,** *докторант, sandu_alish@mail.ru,*
[1]*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, 010008, Нұр-Сұлтан, Сәтпаев көшесі, 2,*
[2]*Астана халықаралық университеті, Қазақстан, 020000, Нұр-Сұлтан, Қабанбай батыр даңғылы, 8,*
**автор-корреспондент.*

Аңдатпа. *Кең ауқымды орнықтылыққа жету, берілген траекторияларды ізге түсіру және/немесе ауытқуларды асимптотикалық басу үшін күй (егер барлық айнымалылар белгілі болса) немесе шығыс кері байланыс (егер тек шығыс векторы белгілі болса) арқылы сызықтық емес жүйелерді робасты басқару мәселесі басқару теориясындағы ең негізгі мәселелердің бірі болып табылады. Заманауи технологиялар контроллерді жобалаудың қатаң талаптарына сай болу үшін күрделі басқару заңдарын талап етеді. Соңғы онжылдықтарда күй немесе шығыс кері байланысты қолдана отырып, сызықтық емес жүйелерді робасты басқару мәселесін шешуге күш салынды. Соның нәтижесінде соңғы 10 жыл ішінде қарқынды зерттеулер жүргізілді. Алайда, шығыс кері байланысты басқару күй кері байланысты басқарумен салыстырғанда баяу дамып жатыр. Мақаланың мақсаты – осы саладағы негізгі жетістіктерге шолу жасау. Сонымен қатар қазіргі уақытта зерттеу жұмыстары жүргізіліп жатқан негізгі мәселелерді талдау және сипаттау.*

Кілт сөздер: *сызықтық емес жүйелер, кең ауқымды орнықтандыру, шығыс кері байланыс, күй кері байланысы, робасты басқару, жоғарғы үшбұрышты жүйелер, практикалық ізге түсіру, динамикалық шығыс кері байланысы, уақыт кешіккен сызықтық емес жүйелер, күш интеграторын қосу, Ляпунов-Крассовский функционалы, таңба функциясы,байланысқан контроллер-бақылаушыны жобалау, біртекті үстемділік.*

Кіріспе

Кең ауқымды орнықтылыққа қол жеткізу, берілген траекторияларды ізге түсіру, және/немесе ауытқуларды асимптотикалық басу үшін күй (егер барлық айнымалылар белгілі болса) немесе шығыс кері байланыс (егер тек шығыс векторы белгілі болса) арқылы сызықтық емес жүйелерді робасты басқару мәселесі басқару теориясындағы ең негізгі мәселелердің бірі болып табылады. Кері байланыс арқылы басқару кезіндегі орнықтылық, ізге түсіру және ауытқуларды азайту мәселелері есептің мақсатына байланысты басқару заңының әр түрлі қойылуына әкеледі. Әдетте, басқару мәселесіне жүйедегі алмастыру процестері үшін белгілі бір шарттардың орындалуы немесе контроллер үшін белгілі бір шектеулердің болуын қамтамасыз ету сияқты қосымша басқару мақсаттары кіреді. Бұл талаптар басқару заңына қайшы келуі мүмкін. Сондықтан тиімді басқару есептері әртүрлі құрылады, өйткені сызықтық емес контроллер құрудың жалпыға ортақ және тиімді әдісі жоқ. Егер басқару заңын құру кезінде модельде белгісіздіктер болса, онда жүйенің сезімталдығына және оның робастығына байланысты мәселелер туындайды.

Сызықтық емес жүйелерді басқару заңын құру үшін бірнеше тәсілдер бар, оның ішінде сызықтандыруды пайдалана отырып басқару заңын құру әдісі, басқарудың интегралдық заңын табу әдісі, кері байланысты күйге келтіру әдісі, жүйені кері байланыс арқылы сызықтандыру әдісі, Ляпунов әдісі, backstepping әдісі, жүйені белсенді емес кезінде басқару әдісі және робасты кері байланысты бақылауды тұрғызу әдісі назар аударта-ды. Күй немесе шығыс кері байланысты қолдана отырып, шын мәніндегі сызықтық емес жүйелерді робасты басқару мәселелері басқару теориясындағы маңызды мәселелердің бірі болып табылады және соңғы онжылдықтарда бұл мәселені шешуге едәуір күш салынып, қарқынды зерттеулер жүргізілуде. Күй кері байланысы арқылы басқарумен салыстырғанда, шығыс кері байланысы арқылы басқару теориясы баяу дамығанын байқаймыз, сонымен қатар сызықтық емес контроллерді жобалаудың ешқандай жалпыға ортақ және тиімді әдісі жоқ.

Мақаланың мақсаты – Ляпуновтың, Красовскийдің және тағы да басқа зерттеушілердің орнықтылықты басқару теориясындағы сызықтық емес жүйелерге байланысты қолданатын әдіс-

амалдарын зерттей отырып, жаңа нәтижелерге қол жеткізумен айналысқан көптеген ғалымдардың ғылыми еңбектерін жүйелік шолу арқылы келесілерге қол жеткізу болып табылады:

1. Соңғы он жылда елеулі нәтижелерді алу жолдарын анықтау.

2. Шын мәніндегі сызықтық емес жүйелерді күй немесе шығыс кері байланысы арқылы робасты басқару мәселелері үшін шешімдерді алу тәсілдерін зерттеу үшін жүйелі шолу.

3. Нәтижелерді алуға әртүрлі тәсілдерді жіктеп, зерттеуге негізделген ұсыныстарды беру.

Сызықтық емес басқару саласындағы зерттеулердің соңғы бағыттарының бірі-шын мәніндегі сызықтық емес жүйелердің кластары үшін кең ауқымды орнықтандыру, ізге түсіру және ауытқуларды мейлінше аз ету міндеті болып табылады.

Оның ішінде, шын мәніндегі сызықты емес жүйелерді орнықтандыруда күй немесе шығыс кері байланысы арқылы робасты басқару мәселелеріне келетін болсақ, сонау 1990 жылдардан бастау алған дифференциалды геометриялық тәсілдің көмегімен ((Byrnes пен Isidori (1991), Isidori (1995, 1999), Nijmeijer және Schaft (1990))

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(x_1, x_2) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= u + f_n(x_1, ..., x_n) \\ y &= x_1, \end{aligned} \tag{1}$$

(мұндағы $u \in R$, $x \in R^n$, $y \in R$ – жүйенің кірісі, күйі және шығысы сәйкесінше) (1) түріндегі жүйені кері байланыс арқылы кең ауқымды асимптотикалық орнықтандыруға, робастық басқаруға байланысты жобалаудың бірнеше жүйелі әдістері жасалды. Олардың ішінде Ляпунов функциясының негізінде рекурсивті жобалау процедурасы – интеграторды қосу, (Byrnes пен Isidori (1989); Tsinias (1999); Isidori (1995, 1999)), сонымен қатар backstepping деп аталатын әдістері арқылы ((Krstic (1995); Marino және Tomei (1995)) сызықтық емес жүйелерді кері байланыс арқылы робастық басқарудың қуатты құралы жасалды. Дегенмен, интеграторды қосуға байланысты қарастырылып отырған жүйелер толығымен немесе кем дегенде ішінара кері байланыс арқылы сызықтандырылатын және кіріс басқаруында сызықтық болуы қажет. Мұндай шектеулер кері байланыстың жаңа сызбасын жасауға түрткі болды.

Зерттеу және нәтижелерге қол жеткізу әдістерін талдау

Соңғы он жылдық ішіндегі осы саладағы зерттеулерді талдайтын болсақ, көптеген жаңа жетістіктерге қол жеткізілді. Сызықтық емес жүйелерді шығыс кері байланыс арқылы орнықтандыру мәселесі осы саладағы зерттеушілердің үлкен назарында болуына байланысты біршама зерттеулер нәтижелері алынды. Әдетте, бөлу принципі жалпы сызықтық емес жүйелер үшін орындалмайтын болғандықтан, қолданыста бар кең ауқымды нәтижелер үшін белгілі бір шарттар талап етіледі. Әртүрлі болжамдардың арасында жалпы бір шарт бар – ол өлшенбейтін күйлер белгісіздіктермен байланысты бола алмайды. Өлшенбейтін күйлермен байланысты белгісіздігі бар сызықтық емес жүйелер туралы нәтижелер әдебиеттерде аз. Сонымен қатар, күй кері байланысты орнықтандыру мәселесімен салыстырғанда, (2) жоғарғы үшбұрышты жүйелердің шығыс кері байланысы арқылы кең ауқымды орнықтандыру мәселесі анағұрлым күрделі болып табылады және тек кейбір өсу жағдайларында ғана қол жеткізіледі. Өлшенбейтін күйлері бар жоғары үшбұрышты жүйелер класы үшін кері байланыс орнықтылығына қол жеткізетін шығыс кері байланыс контроллері мен Least Square Estimation әдісімен біріктірілген жоғары дәрежелі біртекті бақылаушы [1] және қуат интеграторы техникасы мен кіріктірілген қанықтыру әдісіне негізделген кең ауқымды кері байланыс орнықтандырғышы [2] жасалды.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= d_{i+1}(x)\, x_{i+1} + f_i(x_{i+1}, ..., x_n, u),\ i = 1, ..., n-1, \\ \dot{x}_n &= d_n(x)\, u + f_n(u), \end{aligned} \tag{2}$$

мұндағы $x = (x_1, \ldots, x_n)^T \in R^n$, $u \in R$ – жүйенің күйі және басқару кірісі, сәйкесінше, және d_i, $i = 1, \ldots, n$ және $f_i\,(x_{i+1}, \ldots, x_n, u)$ сызықтық емес функциялары C^0 нақты белгісіз функциялар.

Сызықтық емес жүйелер үшін кең ауқымды шығыс кері байланысын басқару проблемасы – сызықтық емес басқару саласындағы ең маңызды және күрделі мәселелердің бірі. Соңғы бірнеше онжылдықта күй кері байланысты басқару бойынша қол жеткізілген нәтижелермен салыстырғанда, сызықтық емес бақылаушылар мен сызықтық емес жүйелер үшін кері байланыс контроллерлерін жобалау бойынша нәтижелер аз. Әдебиеттерде шығыс кері байланысты бақылау бойынша зерттеулердің маңызды көлемі келесі келесі (3) жүйеге бағытталған:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= z_{i+1} + \phi_i(t, z, v), \\ \dot{z}_n &= \upsilon + \phi_i(t, z, v), \\ y &= h(z_1), \end{aligned} \tag{3}$$

мұндағы $z = (z_1, \ldots, z_n)^T \in R^n$, $y \in R$ және $v \in R$ – жүйенің күйі, шығысы және басқару кірісі, сәйкесінше, және ϕ_i: $R \times R^n \times R \to R$, $i = 1, \ldots, n$ үздіксіз сызықтық емес функциялар және $h(\cdot)$ шығыс функциясы – $h(0) = 0$ қанағаттандыратын C^1 функциясы.

(3) жүйені шығыс кері байланыс арқылы басқарудағы көптеген нәтижелер сызықтық еместікке байланысты белгілі бір шектеу шарттарына негізделген және сызықтық емес бақылаушыларды тұрғызу кезінде сызықтық емес функциялар туралы анықтылықты қажет етеді. Сызықтық емес жүйелер класындағы белгісіз сызықтық емес мүшелермен жұмыс істеу үшін шығыс кері байланыс арқылы кең ауқымды адаптивті орнықтан-

дыру мәселесі жоғары деңгейлі К-сүзгілерге негізделген онлайн динамикалық кіріспені енгізетін әдеттегі бақылаушы [3], [4] және төменгі-жоғары дәрежелі күйлерді бағалайтын біртекті қос бақылаушы [5] әдістері арқылы зерттелді. Сонымен қатар, кең ауқымды орнықтандыру мәселесі белгісіз шығыс функциялары бар сызықтық емес жүйелер үшін біртекті үстемдік әдісі арқылы қарастырылды [6], [7].

Жоғары ретті стохастикалық сызықтық емес жүйелер класы үшін адаптивті күй кері байланыс арқылы орнықтандыру мәселесі бойынша backstepping және біртекті үстемділік әдістеріне негізделген күйлерді бастапқы күйге дейін реттейтін тиімді реттеуіштің моделі [8], [9] және шығыс ізге түсіруді қамтамасыз ететін backstepping әдісі арқылы тегіс күй кері байланыс контроллері [10] ұсынылды.

Сызықтық емес жүйелер класы үшін шығыс кері байланыс арқылы адаптивті практикалық ізге түсіру мәселесін шешу үшін динамикалық жоғары кірісі бар бақылаушы енгізіліп, бақылаудың әмбебап әдісі арқылы шығыс кері байланыс арқылы адаптивті ізге түсіру контроллері жасалды [11].

Белгісіз сызықтық емес жүйелер класы үшін шығыс-кері байланыс арқылы әмбебап басқару мен өлі аймақ идеяларын қолдана отырып [12] немесе біртектес үстемдік әдісін қолдану негізінде үздіксіз дифференциалданатын күй кері байланысы арқылы кең ауқымды практикалық шығыс ізге түсіруді басқару контроллері құрылды [13]. Сонымен қатар, бір кірісті-бір шығысты уақытқа тәуелді белгісіз сызықтық емес жүйелер үшін кең ауқымды ізге түсіру мәселесі шығыс кері байланыс арқылы жылжымалы бетті басқару көмегімен [14] және модельденбеген динамикасы мен белгісіз виртуалды басқару коэффициенттері бар номиналды контроллер мен робасты компенсатордан құралған шығыс ізге түсіру контроллері арқылы шешілді [15]. Робасты басқару теориясында жоғары ретті бақылаушыларды пайдалану туралы пікірлер келтіріп, сонымен қатар жоғары ретті бақылаушылардың негізгі ерекшеліктері мен оларды кері байланысты бақылауда қолдануды дәлелдеу үшін мысал қарастырылған [16]. Жоғары және төменгі ретті сызықтық емес жүйелер класы үшін күшейткіш интеграторы әдісі мен Ляпунов функциясы арқылы шығыс кері байланысты үздіксіз контроллері жасалды [17], [18].

Уақыт кешігу жиі практикалық басқару жүйелерінде пайда болады, мысалы байланыс жүйелері, инженерлік жүйелер, процесті басқару жүйелері, жоғары жылдамдықтағы желілер және т.б. Кешігу орнықсыздық пен тербеліс жауабының салдары болып табылады, сондықтан кешігуі бар басқару жүйелерін жобалау және орнықтылығын талдау теориялық және практикалық тұрғысынан мәні өте зор. Анықталмаған сызықтық емес уақыт айнымалы кешігуі бар жүйелерін қарастыратын болсақ:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= z_{i+1}(t) + \phi_i(t, z(t), z(t-d_i(t)), v(t)), \\ \dot{z}_n(t) &= \upsilon(t) + \phi_n(t, z(t), z(t-d_n(t)), v(t)), \\ y(t) &= \theta z_1(t), \end{aligned} \tag{4}$$

мұндағы $z(t) = (z_1(t), \ldots, z_n(t))^T \in R^n$, $v(t) \in R$, $y(t) \in R$ жүйенің күйі, басқару кірісі және шығысы, сәйкесінше. ϕ_i: $R \times R^n \times R^n \times R \to R$, $i = 1, \ldots, n$ – үздіксіз сызықтық емес функциялар. θ – белгісіз тұрақты және ол $0 < \underline{\theta} \le \theta \le \overline{\theta}$. Уақыт айнымалы кешігулер $d_i(t)$, $i = \overline{1, \ldots, n}$, $0 \le d_i(t) \le h_i$ және $\dot{d}_i(t) \le \gamma_i < 1$ шарттарын қанағаттандырады h_i және γ_i – Борелдің өлшенетін функциялары болатын константалары үшін h уақыт кешігулерінің жоғарғы шекараларын білдіретін белгілі тұрақты, яғни $0 < d_i(t) \le h$, $i = 1, \ldots, n$.

Уақыт бойынша кешіккен стохастикалық жоғары ретті сызықтық емес жүйелер үшін шығыс кері байланыс орнықтандырғыш контроллері қуат интеграторы техникасы мен Ляпунов-Красовский функционалын таңдау арқылы беріледі [19], [20]. Уақытқа байланысты кешіккен дискретті-уақыт айнымалы жүйелер үшін Ляпунов-Красовский функционалдық технологиясына жүгіне отырып, экспоненциалды шығыс ізге түсіруді басқару мәселесі конустық қосу әдісін қолдана отырып шешілді [21]. Уақытқа байланысты кешіккен жоғары ретті сызықтық емес жүйелер класына арналған кең ауқымды практикалық шығыс ізге түсіру мәселесі Ляпунов-Красовский функционалды технологиясы көмегімен реттелетін масштабты күшейту арқылы күй кері байланыс контроллері жасалды [22]. Белгісіздіктері көпмүшелікті өсу шартын қанағаттандыратын уақыт айнымалы кешігуі бар сызықтық емес жүйелер үшін біртекті үстемдік әдісі мен Ляпунов-Красовский функционалын енгізу арқылы шығыс кері байланысты кең ауқымды орнықтандырғышы жасалды [23], [24]. Уақыт бойынша кешігуі бар сызықтық емес жүйелері үшін тегіс адаптивті контроллер нәтижесінде тұйықталған жүйенің шешімі реттелетін аймаққа экспоненциалды жинақталатындай етіп жасалған стабилизатор ұсынылды [25]. Белгісіз уақыт кешігуі бар анықталмаған сызықтық емес жүйелер класы үшін стабилизатор деңгейін онлайн режимде ауыстыру әдісі арқылы жобаланған әмбебап адаптивті шығыс кері байланыс контроллері ұсынылды [26]. Тұйықталған жүйелерді кең ауқымды ассимптотикалық орнықты ету үшін Ляпунов-Разумихин теоремасы және Ляпунов-Красовский теоремасы негіздерінде уақытқа тәуелсіз шығыс кері байланыс контроллері нақты жасалды [27]. Жоғарғы шектеулердің дәрежесі үздіксіз аралықта мәндер қабылдай алатын уақыт айнымалы кешігуі бар сызықтық емес жүйелер үшін таңба функциясы мен күшейткіш интеграторды қосу арқылы уақыт кешігуіне тәуелсіз үздіксіз кең ауқымды күй кері байланыс контроллері жасалды, сонымен қатар тұйықталған жүйенің кең ауқымды ассимптотикалық орнықтылығын дәлелдейтін жаңа Ляпунов-Красовский функционалы құрылды [28], [29].

Қорытынды

Зерттеудегі мақалаларды саралай келе, сызықтық емес жүйелердегі көптеген ерекшеліктерге байланысты күй немесе шығыс кері байланыс арқылы робасты басқаруда артқа қадам, қуатты интеграторды қосу, Ляпунов-Красовский функционалдық технологиясы, кіріктірілген қанықтыру функциясы, біртектілік үстемдік әдісі, масштабты күшейтуді енгізу әдісі және тағы басқа тәсілдерге негізделген бақылаушылар мен кең ауқымды орнықтандырғыштар қолданылатынын көруге болады. Дегенмен, әдебиеттерде қатаң ұсыныстар жасау үшін нақты тәсілді қолдану ұсынылмайды. Сондықтан біз әртүрлі ғылыми мақалаларда енгізілген ұсыныстарды сараладық. Бұл әдебиеттерге шолу әртүрлі тәсілдермен сәйкестендіруге қатысты орнықтандырғыштардың ерекшеліктерін анықтау үшін ресурс бола алады.

Осы зерттеудің нәтижелерін қорыта келе болашақ зерттеулердің келесі бағыттары ұсынылады:

1. Контроллерді жобалаудың ешқандай жалпыға ортақ және тиімді әдісі жоқ екенін көреміз және біздің зерттеуіміз оның қажеттілігін баса көрсетеді. Дегенмен, көптеген зерттеу мәселелері күй кері байланысы арқылы басқаруға бағытталған, ал шығыс кері байланысы әлі де көп көңіл бөлуді қажет етеді. Біз болашақ зерттеулерде шығыс кері байланыс арқылы робастық басқарудың маңызды мәселелерін шешетін сенімді робастық контроллердің дамуын зерттеуді алға тартамыз және ұсынамыз.

2. Болашақ зерттеулер шын мәніндегі сызықтық емес жүйелерді робасты басқаруда күй кері байланысы арқылы да, шығыс кері байланыс арқылы да кең ауқымды орнықтандырғыштардың қолданылуын әрі қарай зерттеуді және олардың әмбебап құрылымына қалай үлес қоса алатындығын анықтауы керек.

3. Бақыланбайтын күйлері бар жүйелердің басқарылуы бойынша өте шектеулі жұмыс жасалды және белгісіздік жағдайындағы шарттар бойынша модельдерді құру маңызды болып табылады.

4. Сонымен, шын мәніндегі сызықты емес жүйелерді шығыс кері байланысы арқылы кең ауқымды орнықтандыру сызықтық емес жүйелердің шектеулі класына ғана қолданылады, себебі сызықтық емес контроллерді тікелей шығыс кері байланыс жобалауына қолдануға болмайды, себебі бөлу деп аталатын принцип әдетте сызықтық емес жағдайда болмайды. Сондықтан әдебиеттердегі жетістіктерге қарамастан, зерттеушілердің өздері де білетініндей, сызықты емес жүйелерді күй немесе шығыс кері байланысы арқылы робасты басқаруда ізге түсіру, ауытқуларды азайту және орнықтылықты талдау теориясы толық дамуын алған жоқ. Сонымен қатар, сызықты емес жүйелерді шығыс кері байланысы арқылы робасты басқарудың тиімді тәсілдері әлі күнге дейін шешілмегендігі олардың жұмысын жақсарту үшін зерттеу әдістерін жүйелі түрде жүргізу қажет екендігін көрсетеді және келесі зерттеулерімізде осы мәселелерді шешуді мақсат етеміз.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Weisong Tian, Chunjiang Qian, Ruting Jia and Wei Lin. (2010) State estimation and output feedback stabilization of a class of upper-triangular systems using a homogeneous observer. American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, USA. P. 5296.
2. Shihong Ding, Chunjiang Qian, and Shihua Li. (2010) Global Finite-Time Stabilization of a Class of Upper-Triangular System. American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA. P. 4223.
3. Weisong Tian, Chuanlin Zhang, Chunjiang Qian, Shihua Li. (2012) Smooth Global Stabilization for a Class of Nonlinear Systems Using Homogeneity with Monotone Degrees. 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA. P. 1621.
4. SHANG Fang, LIU Yun-Gang. (2010) Adaptive Output-feedback Stabilization for a Class of Uncertain Nonlinear Systems, ACTA AUTOMATICA SINICA, 36(1): 92-100. DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00092 (in Eng.).
5. Bi Weiping, Liu Jinjin, Zhang Junfeng. (2010) A Dual Observer Method for Global Output Feedback Stabilization of a Class of Nonlinear Systems, Chinese Control and Decision Conference, China. P. 1628.
6. J.Y. Zhai, C. Qian. (2012) Global control of nonlinear systems with uncertain output function using homogeneous domination approach, Int. J. Robust Nonlinear Control, 22(14): 1543-1561. DOI: 10.1002/rnc.1765
7. J.Y. Zhai, S.M. Fei. (2011) Global practical tracking control for a class of uncertain non-linear systems, IET Control Theory Appl., 5(11): 1343-1351.
8. Wuquan li, Yuanwei Jing, Siying Zhang. (2011) Adaptive state feedback stabilization for a large class of high order stochastic NS, Automatica, 47:819–828. http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2011.01.084
9. Gao FZ, Wu YQ, Yu X. (2016) Global state feedback stabilisation of stochastic high-order nonlinear systems with high-order and low-order nonlinearities, Int J Syst Sci. 7(16): 3846-3856.
10. Xue-Jun Xie and Na Duan. (2010) Output Tracking of High-Order Stochastic Nonlinear Systems with Application to Benchmark Mechanical System, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, 55(5): 1197-1202.
11. Fang SHANG, Yungang LIU, Chenghui ZHANG. (2010) Adaptive practical tracking control by output feedback for a class of nonlinear systems, J Syst Sci Complex 23: 1210-1220.
12. YAN XueHua, LIU YunGang. (2011) Global practical tracking by output-feedback for nonlinear systems with unknown growth rate, Sci China Inf Sci, 54:1-12. doi: 10.1007/s11432-011-4253-4
13. Keylan Alimhan, Naohisa Otsuka, Abilmazhin A.Adamov and Maksat N.Kalimoldayev. (2015) Global Practical Output Tracking of Inherently Nonlinear Systems Using Continuously Differentiable Controllers, Hindawi Publishing Corporation /Mathematical Problems in Engineering, 2015:1-10. http://dx.doi.org/10.1155/2015/932097

14. Alessandro Jacoud Peixoto, Tiago Roux Oliveira, Liu Hsu, Fernando Lizarralde and Ramon R. Costa. (2011) Global tracking sliding mode control for a class of nonlinear systems via variable gain observer, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 21:177–196. DOI: 10.1002/rnc.1584
15. Yao Yu, Yi-Sheng Zhong. (2010) Robust backstepping output tracking control for SISO uncertain nonlinear systems with unknown virtual control coefficients, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 21: 177-196.
16. Hassan K. Khalil, Laurent Pral. (2014) High-gain observers in nonlinear feedback control, Int. J. Robust Nonlinear Control, 24:993–1015. DOI: 10.1002/rnc.3051
17. Xuhuan Wang, Youhua Peng, Taide Liu. (2020) Global stabilization of a class of nonlinear systems with polynomial nonlinearities by output feedback, Journal Of Taibah University For Science, 14(1): 148-154.
18. Li GQ, Lin Y. (2016) Robust output feedback stabilization of nonlinear systems with low-order and high-order nonlinearities, Int J Robust Nonlinear Control, 26: 1919-1943.
19. Liang Liu, Xue-Jun Xie. (2011) Output-feedback stabilization for stochastic high-order nonlinear systems with time-varying delay, Journal Automatica, 1-8. dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2011.09.014\
20. Alimhan K, Orken Mamyrbayev, Gaukhar Abdenova, Output Tracking Control for High-Order Nonlinear Systems with Time Delay via Output Feedback Design. Symmetry 2021, 13, 675. doi.org/10.3390/sym13040675
21. Linlin Hou, Guangdeng Zong, Yuqiang Wu and Yongcan Cao. (2011) Exponential l2–l∞ output tracking control for discrete-time switched system with time-varying delay, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 1-19. DOI: 10.1002/rnc.1743
22. Alimhan K, Orken Mamyrbayev, Aigerim Erdenova, Almira Akmetkalyeva. (2020) Global output tracking by state feedback for high-order nonlinear systems with time-varying delays, Cogent Engineering, 7(1):1-14. doi.org/10.1080/23311916.2020.1711676
23. Jun-young Zhai. (2014) Global output feedback stabilization for a class of nonlinear time-varying delay systems, Applied Mathematics and Computation, 228: 606-614.
24. Алимхан К., Тасболатұлы Н. Уақыт кешігуі бар анықталмаған сызықтық емес жүйелердің шығыс шамасын күй кері байланысы арқылы бақылау // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. – Алматы, 2019. – №1 (108). – С. 166-174.
25. X.Ye. (2011) Adaptive stabilization of time-delay feedrorward nonlinear systems, Automatica, 47: 950-955.
26. J.Y. Zhai, W.T. Zha. (2014) Global adaptive output feedback control for a class of nonlinear time-delay systems, ISA Trans, Applied Mathematics and Computation, 224: 606-614.
27. X. Zhang, L. Baron, Q. Liu, E. Boukas. (2011) Design of stabilizing controllers with a dynamic gain for feedforward nonlinear time-delay systems, IEEE Trans. Autom. Control 56 (3): 692-697.
28. Zong-Yao Sun, Xing-Hui Zhang & Xue-Jun Xie (2013) Continuous global stabilisation of high-order time-delay nonlinear systems, International Journal of Control, 86(6): 994-1007.
29. Jiang MM, Zhang KM, Xie XJ. (2018) Output feedback stabilization of high-order nonlinear time-delay systems with low-order and high-order nonlinearities. IEEE/CAA JautomSin, 99: 1-16.

Управление нелинейными системами с помощью обратной связи: обзор и анализ

[1]***АЛИМХАН Килан,*** *PhD, профессор, keylan@live.jp,*
[2]***ТАСБОЛАТУЛЫ Нурболат,*** *PhD, tasbolatuly@gmail.com,*
[1]****АЛИШЕВА Сандугаш Салхудиновна,*** *докторант, sandu_alish@mail.ru,*
[1]*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан, 010008, Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2,*
[2]*Международный университет Астана, Казахстан, 020000, Нур-Султан, пр. Кабанбай батыра, 8,*

**автор-корреспондент.*

Аннотация. *Одним из наиболее важных вопросов теории управления является проблема робастного управления нелинейными системами с помощью состояния (если все переменные известны) или обратной связи по выходу (если известен только выходной вектор) для достижения глобальной устойчивости, отслеживание заданных траекторий и / или асимптотическое подавление отклонений. Современные технологии требуют сложных законов управления, чтобы соответствовать строгим требованиям конструкции контроллера. В последние десятилетия были предприняты попытки решить проблему робастного управления нелинейными системами с использованием обратной связи по состоянию или по выходу. В результате за последние 10 лет были проведены интенсивные исследования. Однако управление обратной связью по выходу развивается медленнее, чем управление с обратной связью по состоянию. Целью данной статьи является обзор основных достижений в этой области. А также сделать анализ и описать основные проблемы, по которым в настоящее время ведутся исследования.*

Ключевые слова: *нелинейные системы, глобальная стабилизация, обратная связь по выходу, обратная связь по состоянию, практическое отслеживание выхода, динамическая обратная связь по выходу, верхнетреугольные системы, нелинейные системы с запаздыванием, добавление интегратора мощности, функционал Ляпунова-Красовского, знаковые функции, метод проектирования связанного контроллера-наблюдателя, однородное преобладание.*

Control Problems of Nonlinear Systems Using Feedback: Review and Analysis

[1]***ALIMHAN Kilan,*** *PhD, Professor, keylan@live.jp,*
[2]***TASBOLATULY Nurbolat,*** *PhD, tasbolatuly@gmail.com,*
[1]****ALISHEVA Sandugash,*** *doctoral student, sandu_alish@mail.ru,*
[1]*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Kazakhstan, 010008, Nur-Sultan, Satpayev Street, 2,*
[2]*Astana International University, Kazakhstan, 020000, Nur-Sultan, Kabanbay batyr Avenue, 8,*

**corresponding author.*

Abstract. *One of the most important issues in control theory is the problem of robust control of nonlinear systems using state (if all variables are known) or output feedback (if only the output vector is known) to achieve global stability, tracking given trajectories and / or asymptotic stabilization of deviations. Modern technology requires complex control laws to meet the stringent requirements of controller design. In recent decades, attempts have been made to solve the problem of robust control of nonlinear systems using state or output feedback. As a result, intensive research has been carried out over the past 10 years. However, output feedback control develops more slowly than state feedback control. The purpose of this article is to review of the main achievements in this area. And also to analyze and describe the main problems for which research is currently underway.*

Keywords: *nonlinear systems, global stabilization, output feedback, state feedback, practical output tracking, dynamic output feedback, upper-triangular systems, time-delay nonlinear systems, adding a power integrator, Lyapunov-Krasovskii functional, sign functions, coupled controller-observer design method, homogeneous domination.*

REFERENCES

1. Weisong Tian, Chunjiang Qian, Ruting Jia and Wei Lin. (2010) State estimation and output feedback stabilization of a class of upper-triangular systems using a homogeneous observer. American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, USA. P. 5296.
2. Shihong Ding, Chunjiang Qian, and Shihua Li. (2010) Global Finite-Time Stabilization of a Class of Upper-Triangular System. American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA. P. 4223.
3. Weisong Tian, Chuanlin Zhang, Chunjiang Qian, Shihua Li. (2012) Smooth Global Stabilization for a Class of Nonlinear Systems Using Homogeneity with Monotone Degrees. 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA. P. 1621.
4. SHANG Fang, LIU Yun-Gang. (2010) Adaptive Output-feedback Stabilization for a Class of Uncertain Nonlinear Systems, ACTA AUTOMATICA SINICA, 36(1): 92-100. DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00092 (in Eng.).
5. Bi Weiping, Liu Jinjin, Zhang Junfeng. (2010) A Dual Observer Method for Global Output Feedback Stabilization of a Class of Nonlinear Systems, Chinese Control and Decision Conference, China. P. 1628.
6. J.Y. Zhai, C. Qian. (2012) Global control of nonlinear systems with uncertain output function using homogeneous domination approach, Int. J. Robust Nonlinear Control, 22(14): 1543-1561. DOI: 10.1002/rnc.1765
7. J.Y. Zhai, S.M. Fei. (2011) Global practical tracking control for a class of uncertain non-linear systems, IET Control Theory Appl., 5(11): 1343-1351.
8. Wuquan li, Yuanwei Jing, Siying Zhang. (2011) Adaptive state feedback stabilization for a large class of high order stochastic NS, Automatica, 47:819–828. http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2011.01.084
9. Gao FZ, Wu YQ, Yu X. (2016) Global state feedback stabilisation of stochastic high-order nonlinear systems with high-order and low-order nonlinearities, Int J Syst Sci. 7(16): 3846-3856.
10. Xue-Jun Xie and Na Duan. (2010) Output Tracking of High-Order Stochastic Nonlinear Systems with Application to Benchmark Mechanical System, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, 55(5): 1197-1202.
11. Fang SHANG, Yungang LIU, Chenghui ZHANG. (2010) Adaptive practical tracking control by output feedback for a class of nonlinear systems, J Syst Sci Complex 23: 1210-1220.
12. YAN XueHua, LIU YunGang. (2011) Global practical tracking by output-feedback for nonlinear systems with unknown growth rate, Sci China Inf Sci, 54:1-12. doi: 10.1007/s11432-011-4253-4
13. Keylan Alimhan, Naohisa Otsuka, Abilmazhin A.Adamov and Maksat N.Kalimoldayev. (2015) Global Practical Output Tracking of Inherently Nonlinear Systems Using Continuously Differentiable Controllers, Hindawi Publishing Corporation /Mathematical Problems in Engineering, 2015:1-10. http://dx.doi.org/10.1155/2015/932097
14. Alessandro Jacoud Peixoto, Tiago Roux Oliveira, Liu Hsu, Fernando Lizarralde and Ramon R. Costa. (2011) Global tracking sliding mode control for a class of nonlinear systems via variable gain observer, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 21:177–196. DOI: 10.1002/rnc.1584
15. Yao Yu, Yi-Sheng Zhong. (2010) Robust backstepping output tracking control for SISO uncertain nonlinear systems with unknown virtual control coefficients, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 21: 177-196.
16. Hassan K. Khalil, Laurent Pral. (2014) High-gain observers in nonlinear feedback control, Int. J. Robust Nonlinear Control, 24:993–1015. DOI: 10.1002/rnc.3051
17. Xuhuan Wang, Youhua Peng, Taide Liu. (2020) Global stabilization of a class of nonlinear systems with polynomial nonlinearities by output feedback, Journal Of Taibah University For Science, 14(1): 148-154.
18. Li GQ, Lin Y. (2016) Robust output feedback stabilization of nonlinear systems with low-order and high-order nonlinearities, Int J Robust Nonlinear Control, 26: 1919-1943.

19. Liang Liu, Xue-Jun Xie. (2011) Output-feedback stabilization for stochastic high-order nonlinear systems with time-varying delay, Journal Automatica, 1-8. dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2011.09.014\
20. Alimhan K, Orken Mamyrbayev, Gaukhar Abdenova, Output Tracking Control for High-Order Nonlinear Systems with Time Delay via Output Feedback Design. Symmetry 2021, 13, 675. doi.org/10.3390/sym13040675
21. Linlin Hou, Guangdeng Zong, Yuqiang Wu and Yongcan Cao. (2011) Exponential l2−l∞ output tracking control for discrete-time switched system with time-varying delay, Int. J. Robust. Nonlinear Control, 1-19. DOI: 10.1002/rnc.1743
22. Alimhan K, Orken Mamyrbayev, Aigerim Erdenova, Almira Akmetkalyeva. (2020) Global output tracking by state feedback for high-order nonlinear systems with time-varying delays, Cogent Engineering, 7(1):1-14. doi.org/10.1080/23311916.2020.1711676
23. Jun-young Zhai. (2014) Global output feedback stabilization for a class of nonlinear time-varying delay systems, Applied Mathematics and Computation, 228: 606-614.
24. Alımhan K., Tasbolatuly N. Ýaqyt keshigýi bar anyqtalmaǵan syzyqtyq emes júıelerdiń shyǵys shamasyn kúı keri baılanysy arqyly baqylaý // Vestnık Kazahskoı akademıı transporta ı kommýnıkatsıı ım. M. Tynyshpaeva. – Almaty, 2019. – No. 1 (108). – pp. 166-174.
25. X.Ye. (2011) Adaptive stabilization of time-delay feedrorward nonlinear systems, Automatica, 47: 950-955.
26. J.Y. Zhai, W.T. Zha. (2014) Global adaptive output feedback control for a class of nonlinear time-delay systems, ISA Trans, Applied Mathematics and Computation, 224: 606-614.
27. X. Zhang, L. Baron, Q. Liu, E. Boukas. (2011) Design of stabilizing controllers with a dynamic gain for feedforward nonlinear time-delay systems, IEEE Trans. Autom. Control 56 (3): 692-697.
28. Zong-Yao Sun, Xing-Hui Zhang & Xue-Jun Xie (2013) Continuous global stabilisation of high-order time-delay nonlinear systems, International Journal of Control, 86(6): 994-1007.
29. Jiang MM, Zhang KM, Xie XJ. (2018) Output feedback stabilization of high-order nonlinear time-delay systems with low-order and high-order nonlinearities. IEEE/CAA JautomSin, 99: 1-16.